

**Informe sobre la estabilidad de las bóvedas,
fachada y sistema de contrarresto de la iglesia
de Sant Miquel en Palma**

por:

Santiago Huerta Fernández

colaboradora:

Paula Fuentes González

DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Parroquia de Sant Miquel
Obispado de Mallorca

Madrid, diciembre de 2013

Índice

1. Introducción: Objetivo del informe	1
2. Marco teórico	2
2.1 El material: hipótesis del análisis límite	2
2.2 Condición de estabilidad; seguridad	2
2.3 Teorema Fundamental; límite inferior del coeficiente de seguridad	3
2.4 Movimientos y grietas	3
2.5 Verificación de la resistencia	4
3. Levantamiento de la geometría	4
4. Agrietamientos y movimientos	5
4.1 Desplomes en los muros de fachada y a la calle Abarí	6
4.2 Arco y bóveda del coro	8
4.2.1 Bóveda	8
4.2.2 Arco del coro	9
4.3 Arcos fajones y bóveda de la nave	11
4.3.1 Arcos fajones	11
4.3.2 Bóveda	14
5. Análisis de estabilidad y medidas de consolidación	18
5.1 Arco del coro	18
5.1.2 Propuesta de consolidación	21
5.2 Bóveda de la nave	22
5.2.1 Consolidación de la zona superior del primer tramo	22
5.2.2 Análisis de equilibrio de la bóveda	23
5.2.1.a Espesor límite de arcos circulares de espesor uniforme	24
5.2.1.b Ángulos de apertura de la bóveda con relleno y espesores límite	26
5.2.1.c La bóveda de Sant Miquel. Soluciones alternativas de equilibrio	27
5.2.2 Mejora de la estabilidad de la bóveda	35
6. Conclusiones	37
7. Bibliografía	39
8. Apéndice. Lecturas de los fisurómetros	40
9. Láminas	41

1. Introducción: Objetivo del informe

La iglesia de Sant Miquel en Palma de Mallorca tiene un origen gótico pero sufrió importantes reformas en el siglo XVII. Al parecer, del gótico sólo se conservan las capillas laterales. Se trata de una iglesia de una gran nave única, con capillas laterales. La gran bóveda se compone de grandes arcos fajones, de unos 14 m de luz, espaciados unos 4 m, entre los cuales hay una delgada bóveda de cañón de libaña de marés de 13 cm de espesor y 14,65 m de luz. En los pies hay un coro alto sobre una bóveda de crucería muy rebajada y con un arco de cabeza carpanel, también muy rebajado hacia la nave. En la zona de los pies se aprecian grietas en los plementos de la bóveda del coro, en el arco de cabeza, y en las bóvedas de cañón entre los arcos fajones. La gran bóveda presenta una grieta de separación en el lado sur del muro de fachada; el segundo tramo desde los pies presenta también una grieta transversal. El enlucido de la gran bóveda está bastante deteriorado y ha habido pequeños desprendimientos.

Los citados agrietamientos y el desprendimiento de pequeños trozos del enlucido han causado preocupación en el Obispado. El objetivo del presente informe es estudiar el origen de estos agrietamientos y su posible influencia en la estabilidad de la iglesia así como sugerir, en su caso, medidas de refuerzo o consolidación.

Las mediciones empleadas han sido realizadas mediante una estación total por la empresa Mitra Restaura s.l.. La misma empresa está realizando un seguimiento de las grietas por fisurómetros.

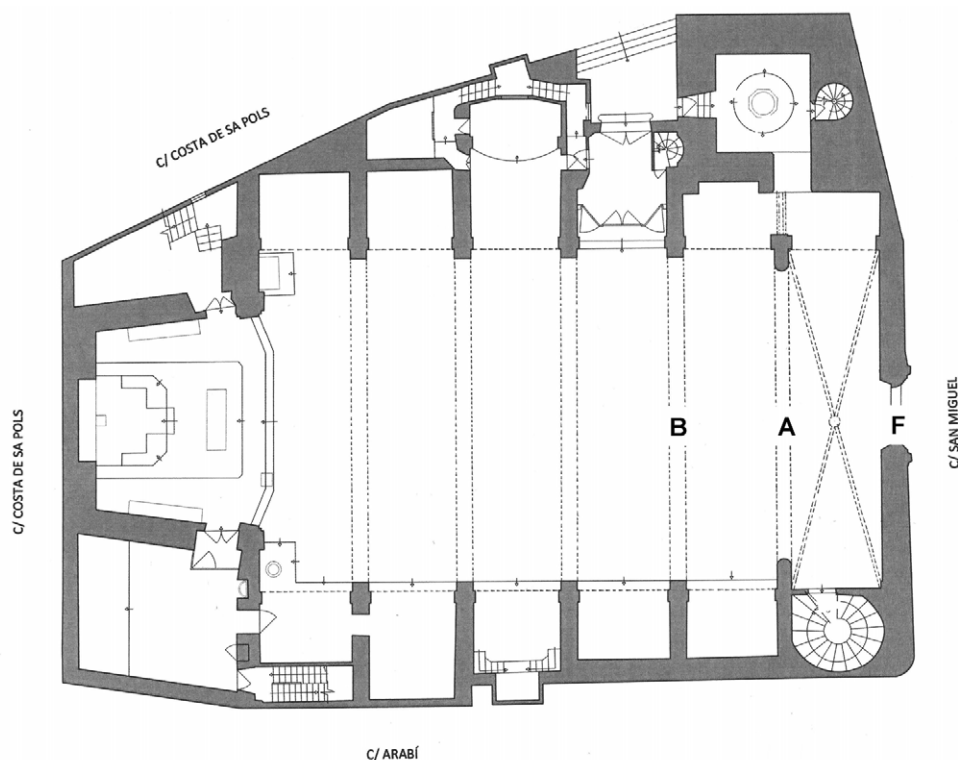


Figura 1

Planta de la iglesia en el estado actual (plano de J. R. Solá, UIB)

2. Marco teórico

Para contestar a las preguntas planteadas en el presente informe, que afectan al comportamiento estructural de la iglesia, es preciso utilizar la teoría de estructuras. La teoría convencional de estructuras de barras no es de aplicación a las estructuras históricas de fábrica. Al realizar los estudios se ha aplicado la teoría del Análisis Límite de Estructuras de Fábrica, tal y como la ha desarrollado fundamentalmente Heyman en los últimos años —véase Heyman (1995 y 1999), Huerta (2001). En este apartado se resumirán los principios e ideas fundamentales.

2.1 El material: hipótesis del análisis límite

Se considera la estructura de fábrica formada por un material rígido-unilateral, que resiste compresiones pero no resiste tracciones. Es decir, imaginamos la fábrica como un conjunto de bloques indeformables en contacto seco y directo que se sostienen por su propio peso. Supondremos también que las tensiones son bajas, no habiendo peligro de fallo por resistencia, y que el rozamiento entre las piedras es suficientemente alto como para impedir su deslizamiento. Estas tres hipótesis dan lugar a los Principios del Análisis Límite de las Fábricas:

- (1) la fábrica presenta una resistencia a compresión infinita;
- (2) la fábrica tiene una resistencia a tracción nula;
- (3) el fallo por deslizamiento es imposible.

La hipótesis (1) va ligeramente en contra de seguridad y se comprobará mediante un cálculo numérico. La suposición (2) va, evidentemente, a favor de seguridad. Finalmente, la hipótesis (3), vuelve a estar en contra de seguridad, pero los casos de deslizamiento entre piedras son extremadamente raros (suelen estar asociados a movimientos sísmicos).

2.2 Condición de estabilidad; seguridad

La condición de estabilidad de una fábrica construida con un material que cumpla los principios anteriores exige que la trayectoria de las fuerzas, la «línea de empujes», esté contenida dentro de la estructura; esto es, para cada sección hipotética de la estructura la resultante de las fuerzas debe estar contenida en su interior.

La seguridad está determinada, en cada sección, por la distancia relativa de la resultante de tensiones (empuje) a sus bordes. El coeficiente de seguridad es geométrico y definirá la posición que dicho empuje no debe sobrepasar dentro de cada sección. Los coeficientes de seguridad dependen del tipo y uso de la estructura, y tienen un carácter empírico. En particular, para el caso de edificios, son distintos para arcos y bóvedas y para estribos; el coeficiente de éstos últimos es mucho más restrictivo, por los motivos que se discutirán en el apartado dedicado a la seguridad del sistema de contrarresto.

2.3 Teorema Fundamental; límite inferior del coeficiente de seguridad

Si la estructura es hiperestática, como es habitual, será posible encontrar infinitas líneas de empujes contenidas dentro de la fábrica, que corresponden a las infinitas situaciones de equilibrio posibles (la línea de empujes no es más que una representación gráfica de las ecuaciones de equilibrio).

Si se cumplen los principios del análisis límite enunciados antes se puede demostrar —véase Heyman (1995, 1999)— el siguiente Teorema Fundamental del Análisis Límite (Teorema de la Seguridad o del Límite Inferior): *Dada una estructura, si es posible encontrar una situación de equilibrio compatible con las cargas que no viole la condición de límite del material (esto es, que no aparezcan tracciones) la estructura no colapsará. Aplicado a las fábricas: si es posible dibujar una línea de empujes contenida dentro de la estructura la estructura no se hundirá.* La potencia del Teorema radica en que la línea de empujes, es decir, la situación de equilibrio, puede ser elegida libremente. Elegida una línea, podremos aplicar las condiciones de seguridad a cada una de las secciones que atraviesa y obtener, de esta forma, un límite inferior para el coeficiente de seguridad geométrico: sabemos que la estructura tiene al menos ese coeficiente de seguridad (en general, sería posible encontrar una línea de empujes que diera una situación más favorable).

El problema de la seguridad de las fábricas es, pues, un problema de estabilidad. De los tres criterios fundamentales que debe cumplir una estructura (resistencia, rigidez y estabilidad), es éste último el que gobierna el proyecto de las fábricas: las tensiones son bajas y las deformaciones pequeñas. El criterio de estabilidad conduce a una visión de las estructuras de fábrica basada firmemente en la geometría: es la forma la que posibilita que las trayectorias de esfuerzos estén siempre dentro de los límites de la fábrica (para una exposición clara y muy detallada de este enfoque, véase Heyman, 1999; Huerta 2001).

2.4 Movimientos y grietas

Las grietas son algo natural en un material que no resiste tracciones. De hecho, los agrietamientos son la única forma de adaptarse a pequeñas variaciones en las condiciones de contorno (por ejemplo, a un pequeño desplazamiento de los estribos, etc.). Las grietas dividen la estructura en un conjunto «articulado» de bloques que se mueve y adapta a las nuevas condiciones de contorno. A cada movimiento corresponde un agrietamiento distinto y una estructura puede presentar a lo largo de su historia distintos agrietamientos, que corresponden a distintas posiciones de las líneas de empujes (distintas soluciones de las ecuaciones de equilibrio). Sin embargo, el Teorema Fundamental nos asegura que, si encontramos «un sistema de líneas de empujes» (esto es una cierta situación de equilibrio) dentro de la fábrica, aunque pueden moverse bruscamente, éstas nunca se saldrán de los límites de la fábrica con lo que la estabilidad está asegurada.

2.5 Verificación de la resistencia

Se ha dicho que la resistencia no es el criterio que rige el proyecto de las fábricas. Esta afirmación se puede comprobar calculando las tensiones de trabajo en algunas de las construcciones más grandes. Por ejemplo, la tensión media en la base de los pilares de la catedral de Beauvais que tiene las bóvedas más altas del gótico es de sólo 1,3 N/mm².

No obstante, en el caso de que la piedra sea excepcionalmente blanda o que el elemento de estudio soporte cargas concentradas muy grandes, se puede realizar una comprobación de resistencia, tras haber encontrado una situación suficientemente estable. No hay que olvidar que las bajas tensiones no garantizan, en absoluto, una estabilidad segura.

3. Levantamiento de la geometría

Para realizar un estudio de estabilidad de la fábrica, es imprescindible realizar una medición precisa. En este caso la medición ha sido realizada mediante un escáner láser por la empresa Mitra Restaura s.l., estacionando tanto en el interior de la iglesia como en el exterior. Esto ha permitido disponer de un registro de la geometría actual, deformada, de la iglesia. Además, la empresa Mitra Restaura s.l. nos ha suministrado un modelo en Autocad con las principales secciones, horizontales y verticales. En la Figura 2, a la izquierda, se aprecia el aspecto general del modelo sólido de la nube de puntos; a la derecha la nube de puntos con secciones transversales.

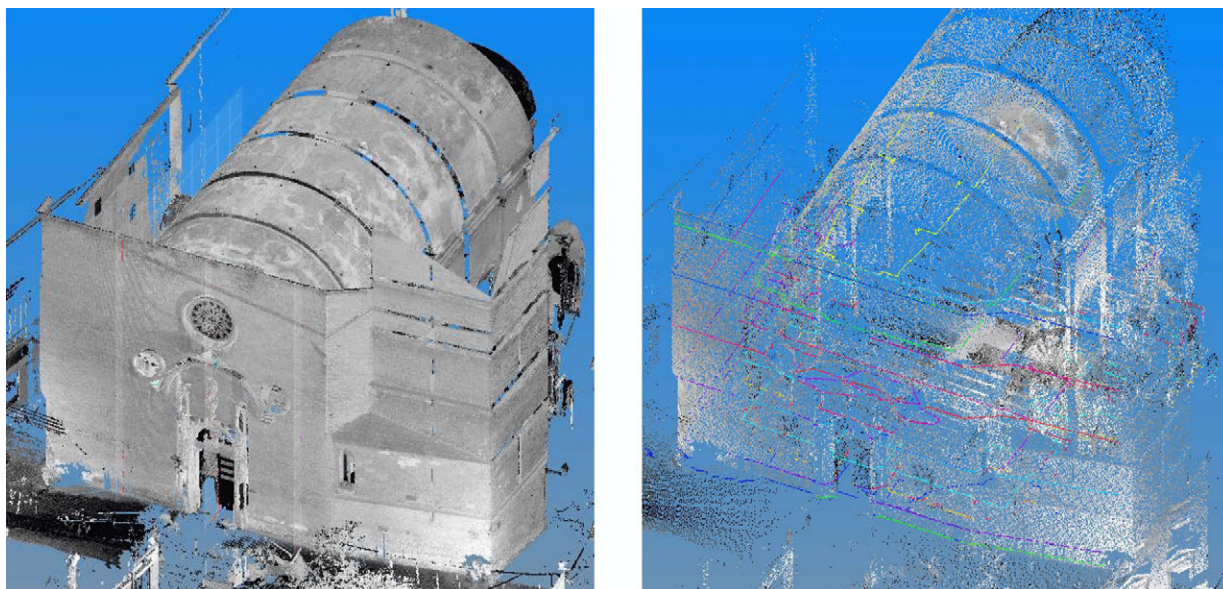


Figura 2

Izquierda, modelo sólido; *derecha*, nube de puntos con secciones (Mitra Restaura s.l.)

Sobre la precisión de las medidas y su interpretación

El escáner láser proporciona las coordenadas de una nube de puntos, con una precisión de milímetros. Estos datos se deben interpretar a la luz de la tradición constructiva, considerando las tolerancias o imperfecciones inherentes a la construcción de fábrica, y los inevitables movimientos debidos al asiento de la fábrica y variaciones de las condiciones de contorno.

Baste decir que las juntas entre las piedras de una buena sillería tienen un espesor de, digamos, 5-10 mm, para permitir su asiento. Durante el proceso, el cantero utiliza cuñas de pizarra, madera o incluso conchas, para ajustar la piedra en su posición antes de verter el mortero.

Por otra parte, pequeños desplomes de los muros pueden producir desplazamientos de 50-150 mm a la altura del arranque de los arcos. Estos pequeños cedimientos ocasionarán un descenso de la clave del arco de entre 100-150 mm, dependiendo de la forma del arco.

Los valores citados son “típicos” y se pretende recalcar la imposibilidad de interpretar las mediciones, por precisas que sean, sin un marco teórico que permita relacionar los distintos movimientos de la fábrica y el conocimiento de la tradición constructiva. Hay que recalcar que estos pequeños movimientos e “imperfecciones” son naturales e inevitables.

4. Agrietamientos y movimientos

La fábrica es un material que no resiste tracciones y los agrietamientos son algo natural. Las cimentaciones antiguas sufren esfuerzos no centrados, en general resultado del empuje de arcos y bóvedas, y esto conduce a pequeños asientos diferenciales que conducen a desplomes en muros y estribos. Las grietas se suelen ver a simple vista (si no han sido tapadas); los desplomes, salvo que sean de gran magnitud (por ejemplo en la torre de Pisa), no se aprecian a simple vista. Todas las fábricas están agrietadas y desplomadas en mayor o menor grado.

Además del levantamiento láser, la empresa Mitra Restaura s.l. instaló una serie de fisurómetros en distintas grietas el 13 de junio de 2013. Se han realizado lecturas mensuales hasta enero de 2014. Los detalles se recogen en el Apéndice A. Los resultados se irán comentando a medida que resulten relevantes. En la Figura 3 se indica el esquema de su localización.

Los fisurómetros A, B y C miden la apertura en grietas del arco y bóveda del coro. Los fisurómetros D y E los desplomes de los muros a, aproximadamente, la altura de la imposta de la nave (11,21 m; en realidad, están situados un poco más abajo). Los fisurómetros G y H miden la apertura, en sentido longitudinal de grietas en el primer y segundo tramo de bóveda desde los pies, respectivamente. Finalmente, los fisurómetros F, I y J miden los desplomes de los muros de fachada y lateral a aproximadamente la altura de la clave de la bóveda (18,30 m). Véase la Figura 3.

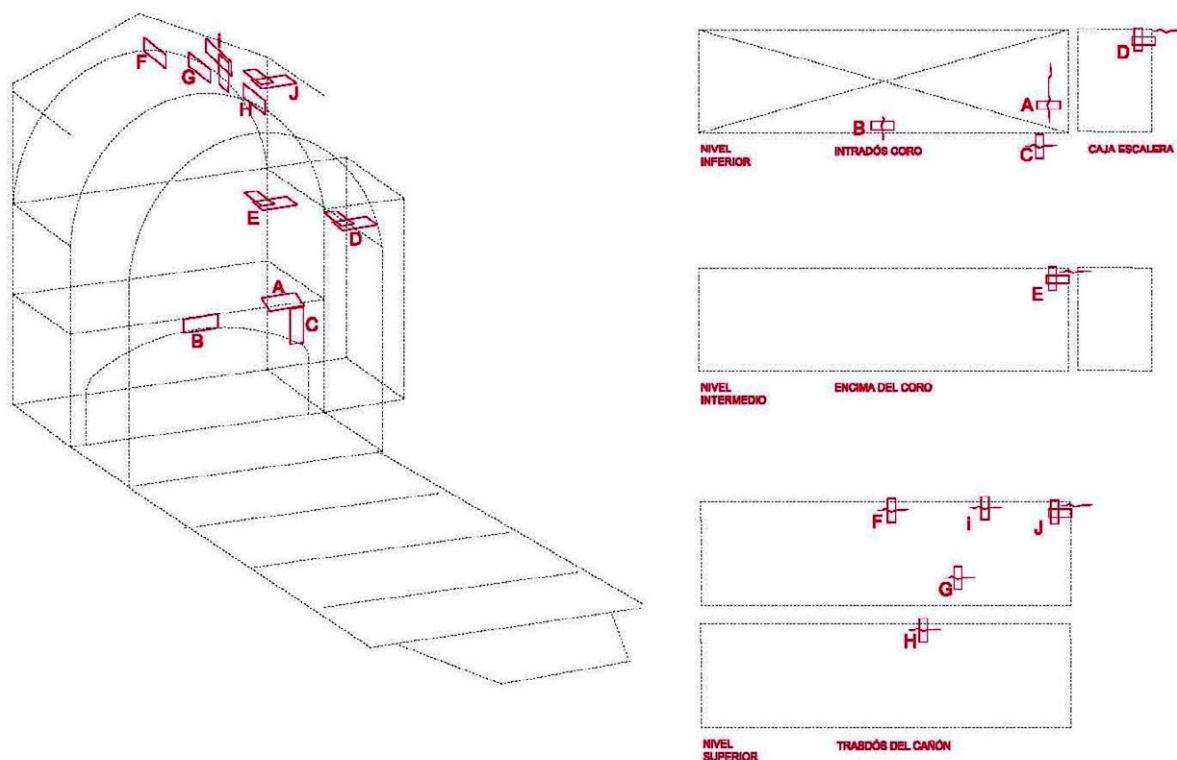


Figura 3
Localización de los fisurómetros (Mitra Restaura s.l.)

4.1 Desplomes en los muros de fachada y a la calle Abarí

Los muros de fachada y el que da a la calle Abarí están desplomados. El levantamiento láser permite conocer las inclinaciones de dichos muros. En la Figura 4 se han representado las inclinaciones de los muros y la dirección de dicha inclinación. Las inclinaciones oscilan entre los 0,4 y 0,8°. Los muros no están sueltos. El muro de fachada está unido a la torre al norte, a las bóvedas de la nave y del coro (esta unión es necesariamente débil), y al muro de la calle Arabí. Este último está unido al de fachada y las muros contrafuerte de las capillas laterales.

Las inclinaciones son muy pequeñas y se puede tener una idea de su poca importancia comparándolas con la inclinación límite de un muro suelto equivalente. La estabilidad de los muros y torres inclinados ha sido estudiada en detalle por Heyman (1992, 1995).

Para un muro macizo de altura H y espesor b , la inclinación límite viene dada por la siguiente expresión:

$$\tan \alpha = \frac{0.7282}{(H/b)}$$

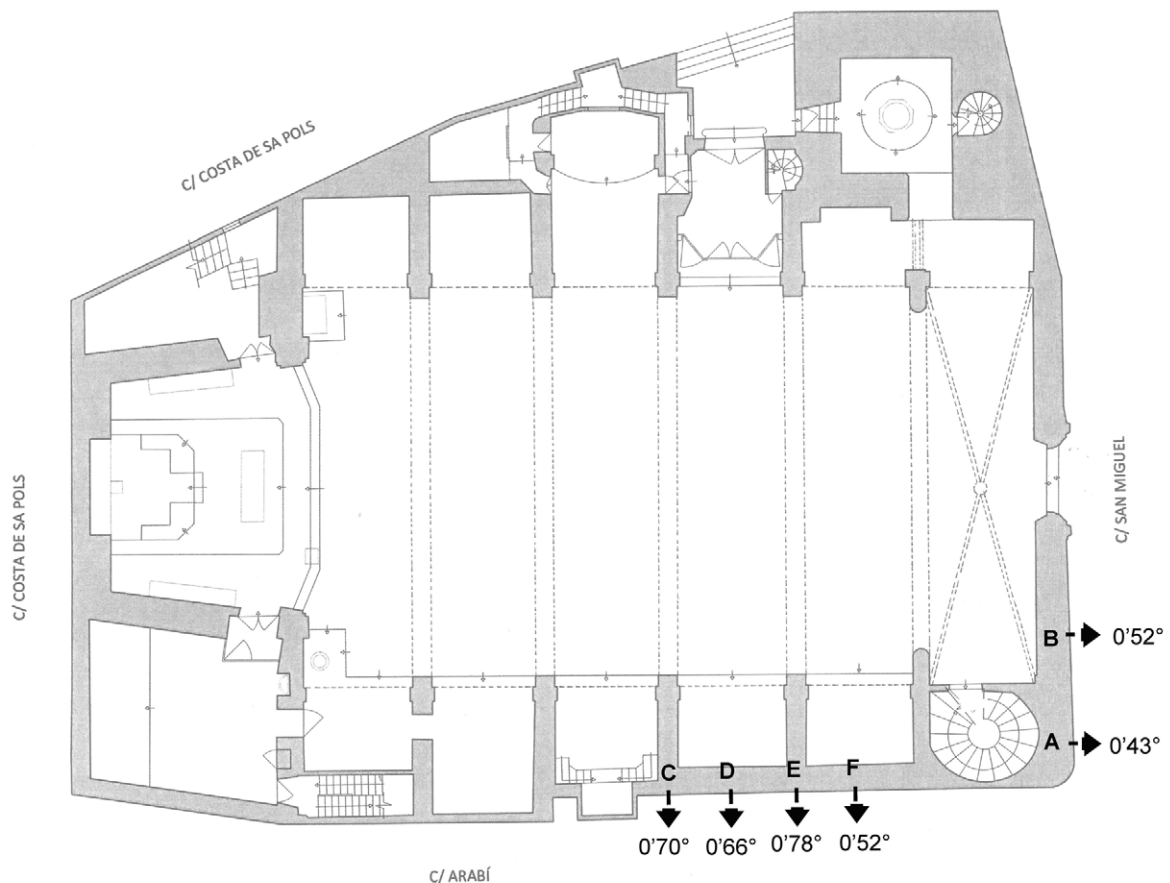


Figura 4
Inclinaciones de los muros

El muro de fachada tiene espesor variable. En planta para absorber la inclinación de la calle respecto a la perpendicular al eje de la nave (fig.1). En sección, hay un cambio de espesor a la altura de la imposta de la nave: el espesor en la base es de 1,30 m y en la parte superior de 1,10 m.

Para el caso más desfavorable de un muro ("suelto") equivalente al muro de fachada, con una altura de unos 19 m y un espesor uniforme de 1,10 m, la inclinación límite valdrá $\alpha = \arctan(0,728 \cdot 2 \times 1,10/19) = 2,41^\circ$, esto es, entre 3 y 6 veces mayor que las medidas. Y esto suponiendo el muro suelto. Se han hecho estos cálculos para demostrar la irrelevancia de los actuales desplomes.

Las lecturas de los fisurómetros se han realizado en un período, muy corto, de unos seis meses. El método no es de gran precisión pero permite detectar los movimientos y su magnitud y sentido. En general, de las lecturas finales se deduce que el muro de fachada se ha desplomado 1 mm a la altura de la clave de la bóveda (hay algunas contradicciones en las lecturas; por ejemplo, no tiene sentido que el fisurómetro E, más bajo, registre un desplome mayor que el F a la altura de la clave).

Admitiendo esto valor, para una altura de la clave de 18,30 m del suelo, la inclinación ha crecido an $\arctg(1/18.300) = 0,003^\circ$. Dado que la inclinación actual es de $0,52^\circ$, el incremento ha sido del 0,6%. Dado el pequeño valor de estas cantidades y el corto espacio de tiempo, lo único que se puede decir es el muro se ha movido de una manera inapreciable. Además, este tipo de movimientos puede ser estacional. Por otra parte, el coeficiente de seguridad geométrica no se ve afectado.

El “salto” en la medición se ha producido en las lecturas de diciembre y enero. En las Fotos 5 y 6 de las Láminas puede compararse la situación en la unión de los muros en julio y en diciembre. Las fotos han sido tomadas desde el nivel de calle por personas distintas con cámaras distintas. Comparándolas, parece verse que una pequeña grieta tapada se ha abierto muy ligeramente.

En el muro de la calle Abarí los desplomes son mayores, aunque siguen siendo muy pequeños. Es natural pues el muro es solidario con los contrafuertes que reciben el empuje de la bóveda de la nave. La inclinación máxima es de unos $0,8^\circ$. En este caso sería irreal considerar el muro suelto. El fisurómetro J da una incremento de 0,5 mm. E. Resto valores entre 0 y 0,3 mm. Como antes, son valores muy pequeños, que pueden deberse a variaciones estacionales de las condiciones del suelo.

Dado que ambos muros concurren en la esquina sur, debería haber una grieta de separación en dicha esquina, que con seguridad ha sido tapada. En las Fotos 1 y 2 se aprecia la huella. En cualquier caso, según la inclinación medida en la esquina, $0,43^\circ$, la grieta debería presentar una apertura a la altura de la cornisa del orden de 10 cm. No es así en ningún caso, como lo demuestra la sillería vista del muro. Es probable que la mayor parte del ligerísimo desplome se produjera durante la construcción.

4.2 Arco y bóveda del coro

El suelo del coro está soportado por una bóveda de crucería muy rebajada. En el lado norte el arco de cabeza es de medio punto, en el sur hay un muro. El arco de cabeza hacia la nave es un arco carpanel rebajado de tres centros.

4.2.1 Bóveda

El suelo del coro apoya sobre un relleno de tierra con mortero y vasijas cerámicas (Fotos 33 y 34). Los arcos cruceros tienen una sección de 25 cm de ancho y 30 de canto cm y la plementería, muy probablemente, es de libaña de marés de entre 13-20 cm de espesor. Los arcos se cruzan en una gran clave.

La bóveda presenta los agrietamientos típicos de las bóvedas de crucería. En la Figura 5 se muestran los agrietamientos típicos debidos a un cedimiento ligero del sistema de contrarresto: la grieta de la clave, y las del muro y de Sabouret. Estas grietas son, simplemente, la manera en que la bóveda se adapta al incremento de la luz.

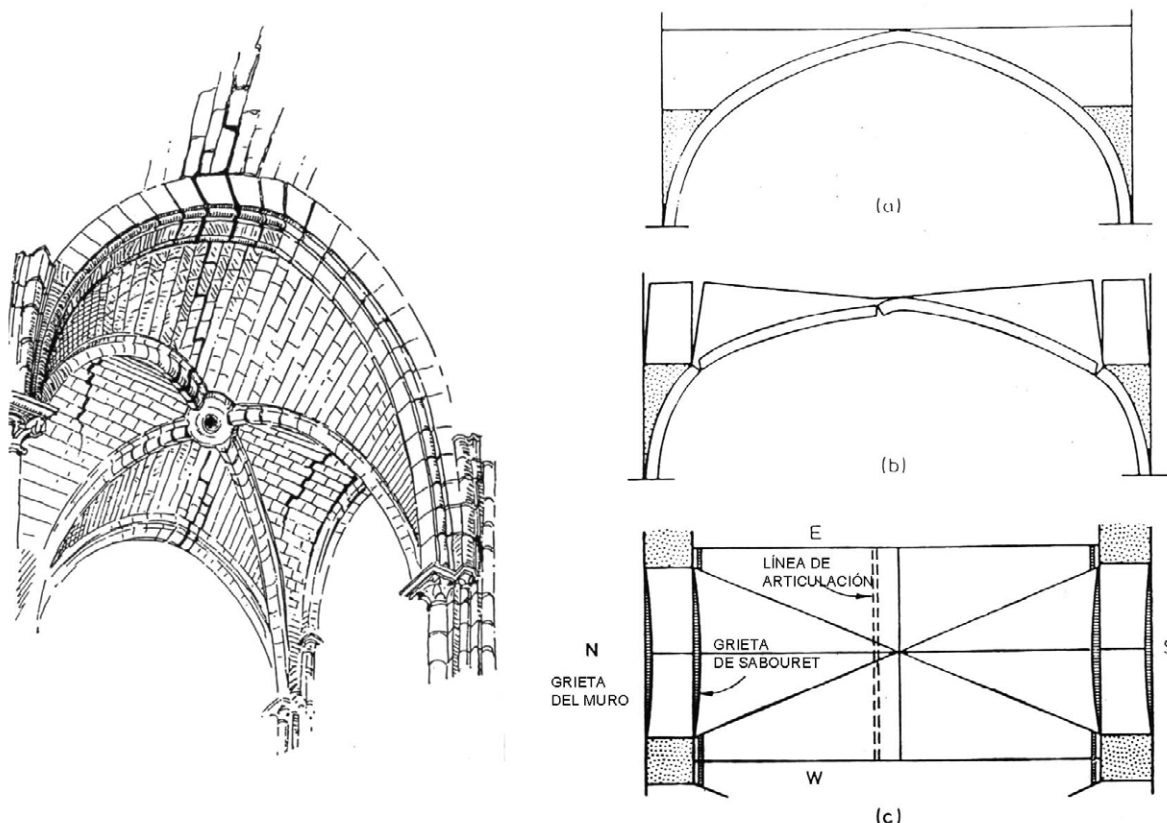


Figura 5

Agrietamientos típicos de una bóveda de crucería (Abraham 1834 y Heyman 1999)

La bóveda del coro se ha repintado en varias ocasiones y esto hace que el agrietamiento completo no sea visible. Sin embargo, puede verse en el plemento norte una grieta de articulación en la clave, debida a un ligero cedimiento del pilar norte hacia la nave (Fotos 31-32). En el paño sur, se puede apreciar una grieta de Sabouret (Fotos 35-37). Finalmente, cerca de la clave se aprecia una grieta de articulación (Fotos 38-39). En algunos nervios se aprecia cierta degradación de la piedra seguramente por efecto de la concentración de tensiones (Foto 41).

Todas las grietas anteriores son típicas. El que las grietas principales se hayan manifestado después de haber sido pintada la bóveda (en fecha indeterminada) sólo significa que el edificio a lo largo de su vida se ha ido adaptando a pequeñísimos cambios de las condiciones de contorno. El aplastamiento en el nervio es irrelevante, pues la carga se habrá transmitido a la fábrica circundante (véase más adelante el orden de las tensiones).

4.2.2 Arco del coro

El arco del coro presentaba también ligeras fisuras en el enlucido (Fotos 9-12). En el lado sur, tras eliminar el enlucido han aparecido las verdaderas grietas, de 1-2 cm de apertura. Si se descubriera la fábrica del lado norte aparecerían grietas similares.

La grieta del lado norte, por lo que se aprecia, no es preocupante (Fotos 11-12). Por el contrario, la grieta del lado sur tiene una forma (Fotos 15-24) que conduce a una importante concentración de tensiones en el arranque. No hay peligro de estabilidad del arco o la bóveda, pero es probable que en algún momento pueda saltar un trozo de piedra de cierto tamaño que podría causar alarma o dañar a alguien que pasara en ese momento por debajo. Aquí sí es necesaria una intervención que se describirá más adelante.

Se ha producido un descenso de la clave que se aprecia con claridad al mirar la balaustrada desde un extremo del coro (Foto 13). La Foto 14 es una proyección de la nube de puntos sobre el interior del muro de fachada; también se aprecia el descenso de la clave y la forma semicircular de la bóveda de cañón de la nave. En la Figura 6 se han superpuesto los puntos con un hipotético arco oval basado en un triángulo equilátero. No parece haber habido un cedimiento de los apoyos. Pero en los arcos muy rebajados los descensos son varias veces superiores a las aperturas y, además, la compresión de las juntas puede tener influencia. En la barandilla se puede medir un descenso de entre 7 y 9 cm.

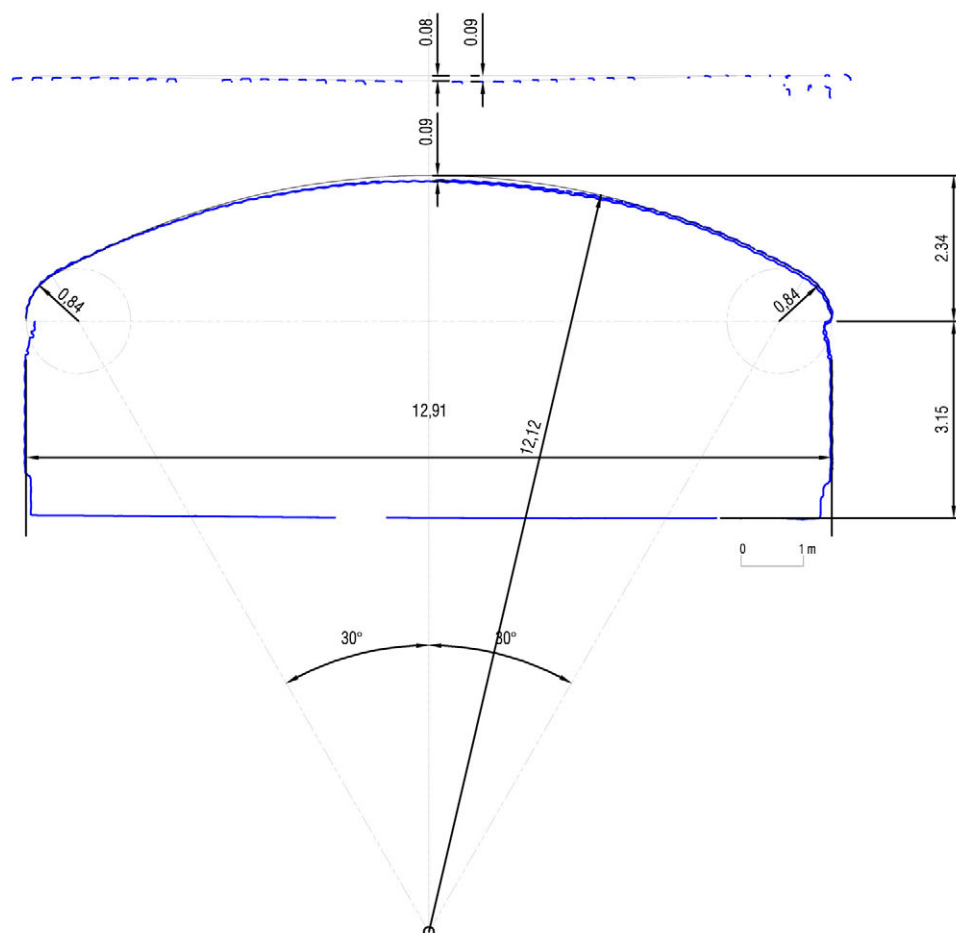


Figura 6
Arco del coro. Superposición de los puntos medidos con un hipotético arco original

4.3 Arcos fajones y bóveda de la nave

4.3.1 Arcos fajones

En la Figura 1 se han señalada los dos primeros fajones, A y B, desde los pies de la iglesia, que es donde se encuentran los agrietamientos y movimientos más visibles. El arco F es formero (está conectado al muro) pero servirá de referencia de una posible forma original puesto que no ha podido sufrir deformaciones.

Todos los arcos fajones medidos tienen una sección de unos 58x58 cm, que podría corresponder a 3 palmos (la cana de Mallorca mide 1,564 m y contiene 8 palmos, véase D. J. A. (1853)). Si se hubiera empleado para dimensionar el arco la conocida regla de 1/24 de la luz, la luz original del arco antes de deformarse hubiera sido de $(3)(24) = 72$ palmos o 9 canas (14,08 m). Los arcos tienen el mismo resalto que las pilastras. El empuje de loar arcos y de la bóveda produce siempre un ligero desplome de los muros, de manera que la luz se incrementa a la altura de la imposta.

En las Figuras 8 y 9 se ha dibujado el estado actual de los arcos A y B, respectivamente. En el estado actual, se aprecian las impostas del arranque. Se ha trazado una línea de puntos a la altura de la imposta; se supone que el arco mueve desde esta línea con tangente vertical. La imposta da sombra y se ha completado el arco con línea de puntos. Cerca de la clave se aprecia un quiebro en el intradós.

En la restitución se ha considerado que el movimiento es simétrico y que la junta de rotura se abre a 30° desde la línea de imposta (Huerta y López, 1997), fig. 7. En esta situación, la relación entre el descenso vertical y la apertura total es aproximadamente, para un arco delgado, de $1: \cos(30)$. De esta manera se han obtenido, tanteando, la circunferencia que se ha dibujado donde se cumpla la citada relación entre el descenso vertical δ_v y la apertura total δ_h . Puede verse que las deformaciones son muy pequeñas, del orden de 1/100 de la luz.

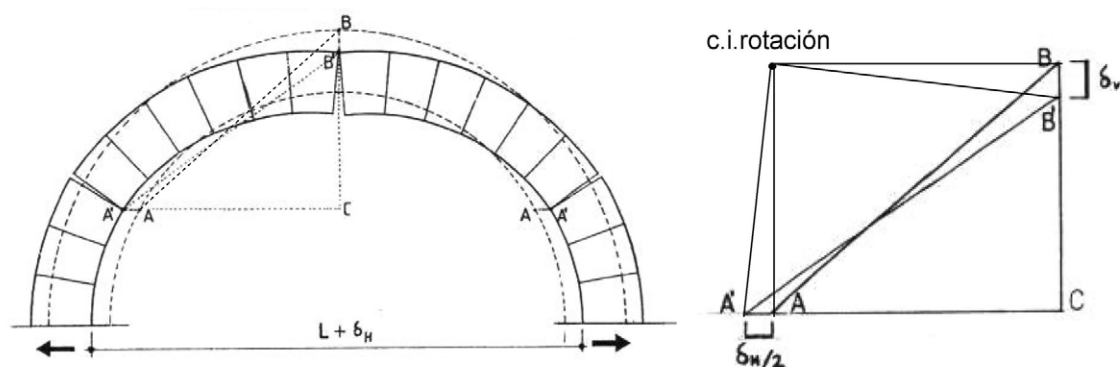
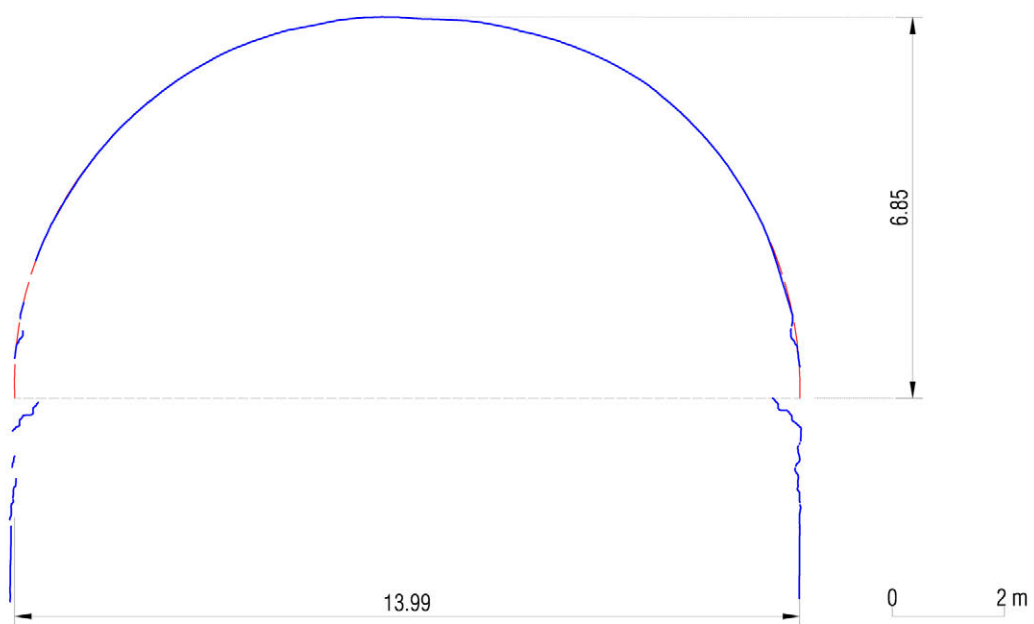
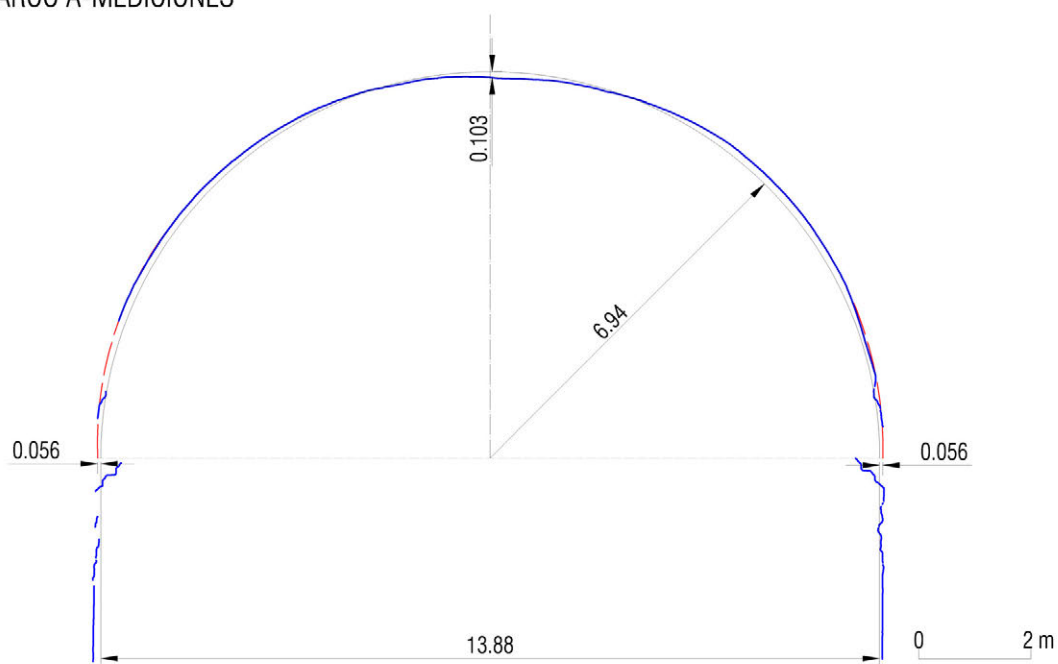


Figura 7

Relación entre la apertura total δ_h y el descenso de la clave δ_v



ARCO A-MEDICIONES



ARCO A-GEOMETRÍA ORIGINAL

Figura 8

Arco fajón A. *Arriba*, la geometría medida. *Abajo*, una posible restitución imaginando un movimiento simétrico de apertura y la junta de rotura a 30°

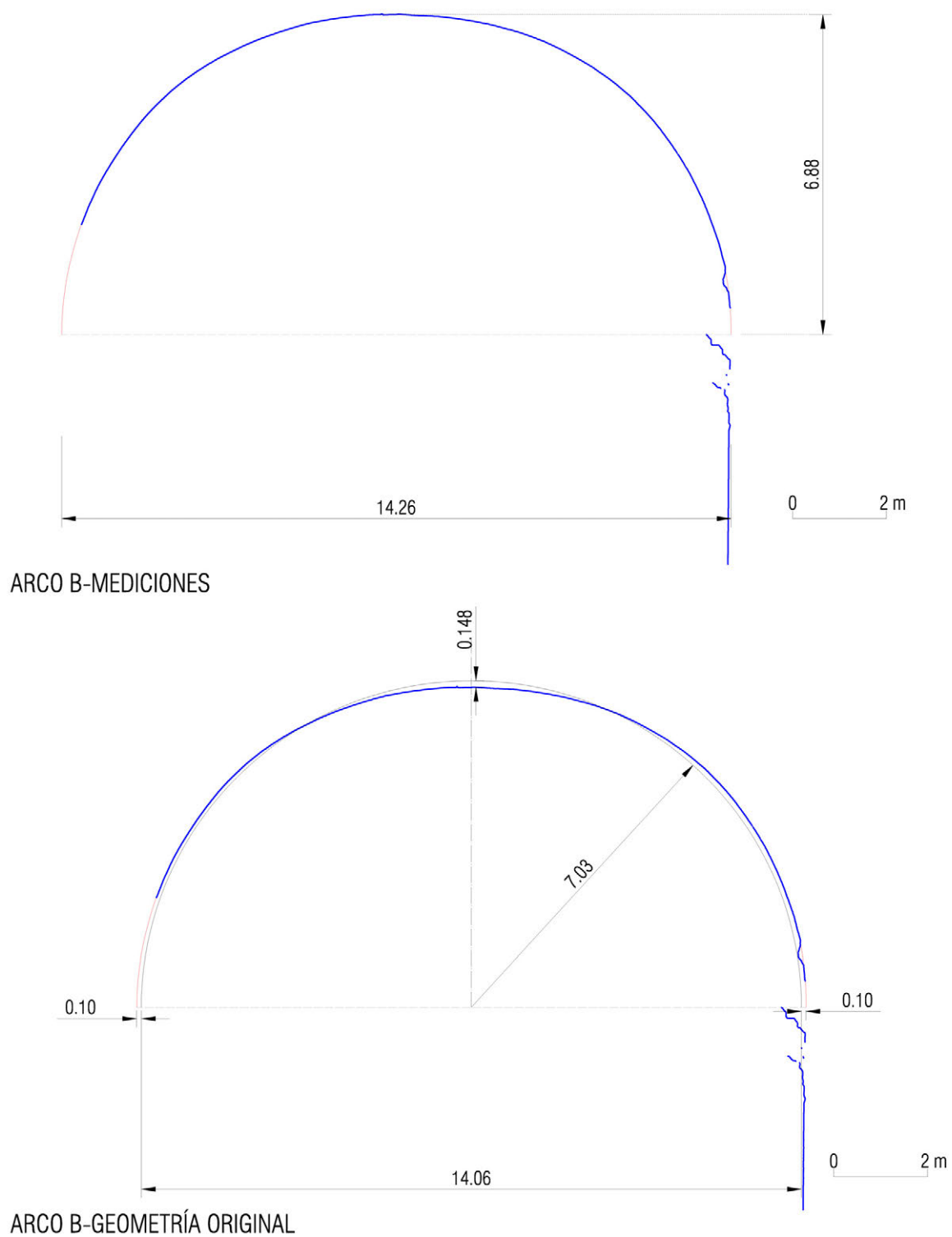


Figura 9
Arco fajón B. *Arriba*, la geometría medida. *Abajo*, una posible restitución imaginando un movimiento simétrico de apertura y la junta de rotura a 30°

4.3.2 Bóveda

Los paños de la bóveda se construyeron entre los arcos fajones. Se han medido los tres primeros paños. El primer paño en contacto con la pared tiene una longitud de 3,79 m. Los otros dos paños de 4,15 y 4,16 m respectivamente. La bóveda tiene un espesor de 13 cm y los arcos fajones, como ya se ha dicho, unos 58 por 58 cm (4 por 4 palmos mallorquines). En la Figura 12 se ha dibujado la sección tipo con la unión del casco de la bóveda y el arco fajón, y una vista esquemática del trasdós de la bóveda.

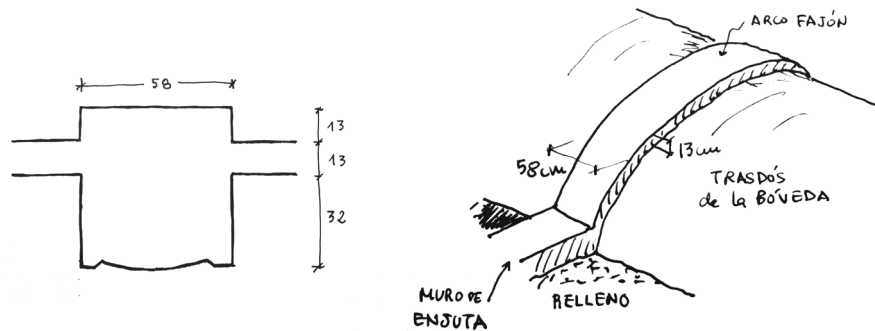


Figura 10

Izquierda, sección tipo con la unión del casco de la bóveda y el arco fajón. *Derecha*, vista del trasdós de la bóveda

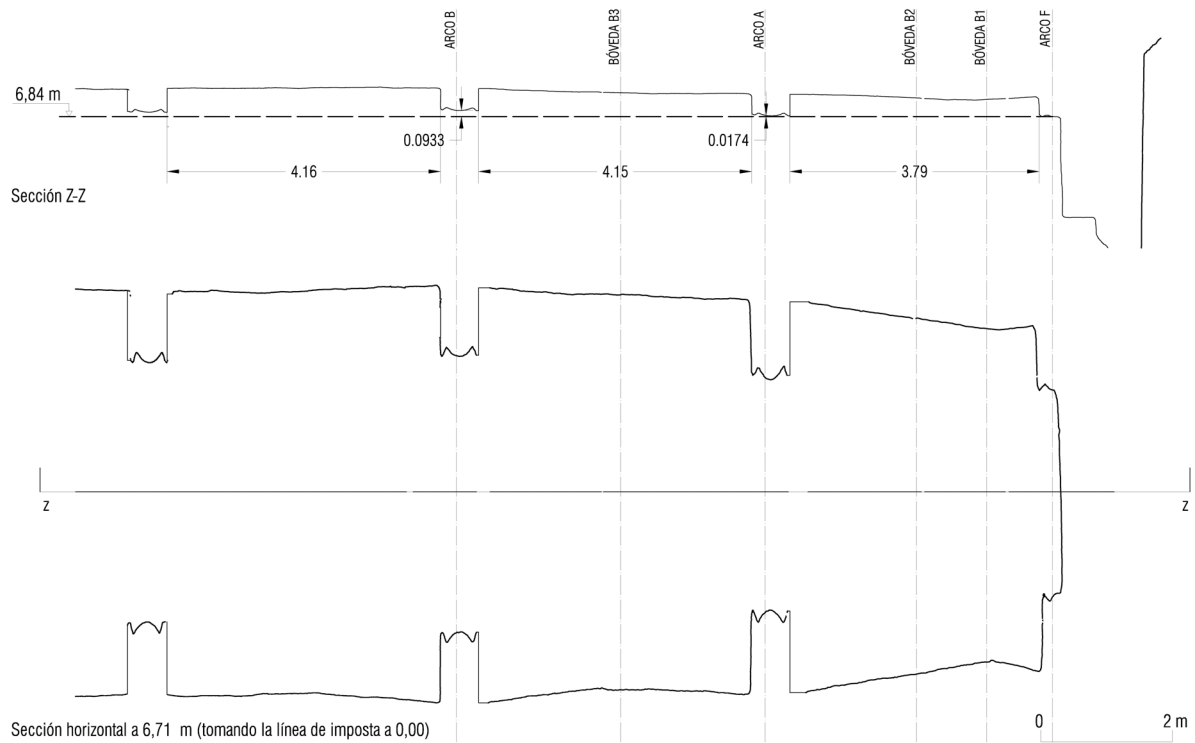


Figura 11

Arriba, sección z-z por la línea de clave. *Abajo*, sección y-y cerca del intradós de los arcos

En la Figura 11 se han dibujado dos secciones longitudinales, una vertical y otra horizontal. Puede verse que las claves de los arcos no están todas a la misma altura, pero las diferencias son las habituales e inherentes al proceso constructivo. La línea de clave presenta un abombamiento hacia abajo causa del ligero desplome del muro de fachada. El agrietamiento correspondiente se ve con claridad en las Fotos 48-52. Se trata de un problema local que debe ser resuelto, como se verá más adelante. La sección horizontal un poco por debajo (13 cm) del intradós de la clave de los arcos fajones multiplica el efecto de las pequeñas deformaciones. En cualquier caso sirve para ver cómo cada tramo de bóveda se ha movido, muy ligeramente, de forma diferente.

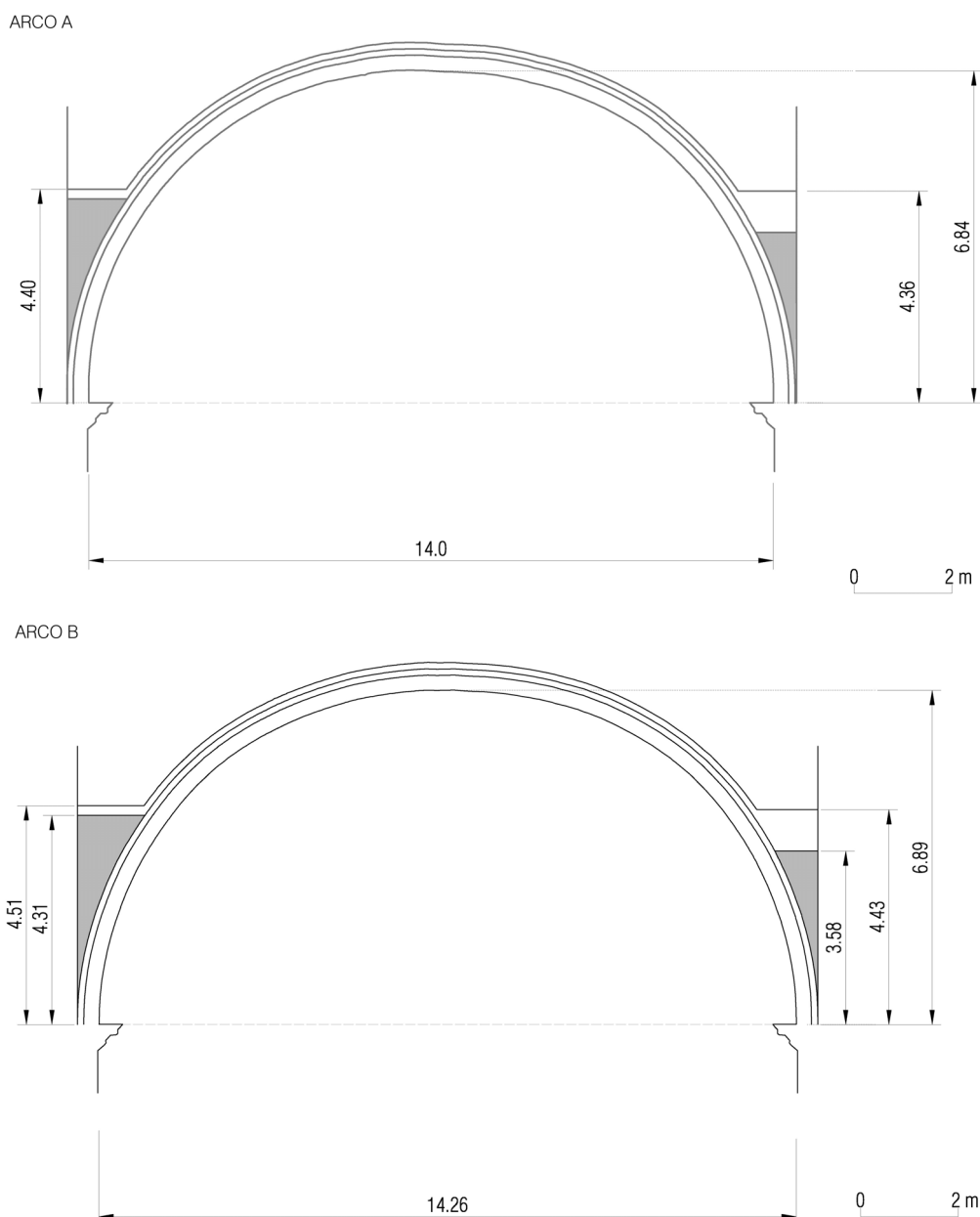
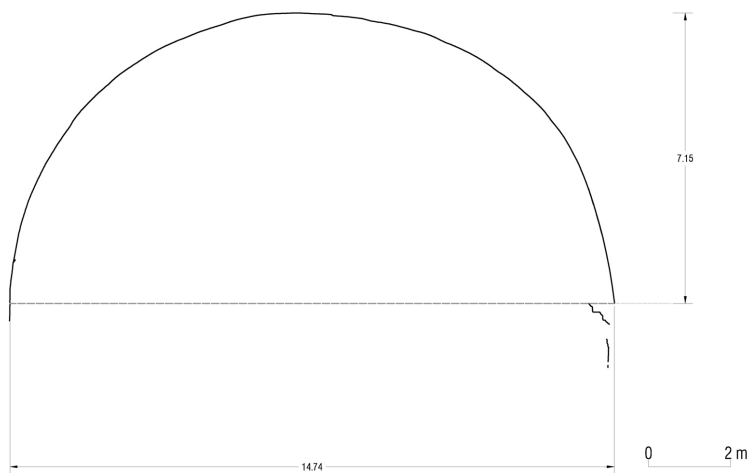


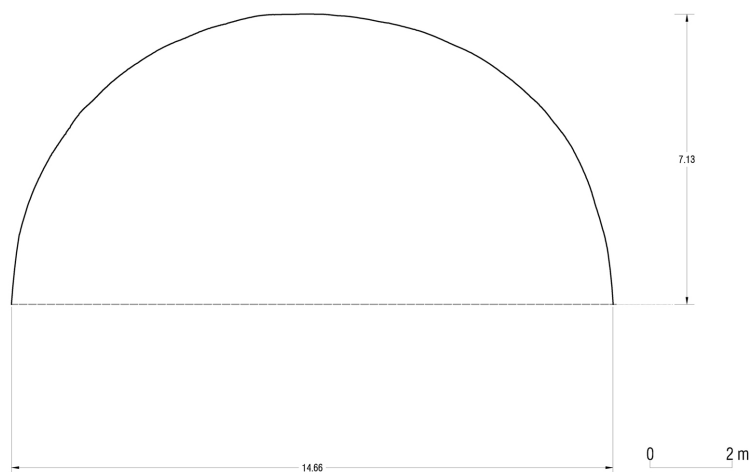
Figura 12

Secciones de los arcos fajones mostrando la altura del muro de enjuta y del relleno

BÓVEDA B1



BÓVEDA B2



BÓVEDA B3

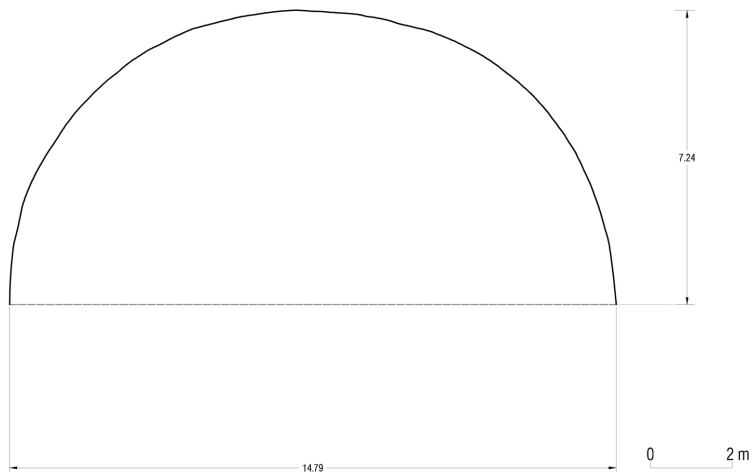


Figura 13
Secciones por la bóveda. Se muestra sólo el intradós

Los arcos fajones presentan unos muros de enjuta que tienen una altura de unos 4,40-4,50 m desde la línea de imposta. Este enjutado es esencial para la estabilidad del arco y de toda la bóveda. Los fajones soportan, además, el peso de la ligera tejado de madera con teja vana. Se trata de una construcción que muestra enorme ingenio en la economía de los materiales.

La Figura 12 muestra la sección por los arcos fajones, mostrando la altura de los muros de enjuta y del relleno. La altura del relleno es variable. En el lado norte casi llega al nivel de la enjuta; en el lado sur está claramente más bajo (digamos entre 40-80 cm más bajo). Ya se discutió en el apartado anterior la causa de la deformación de estos arcos.

La Figura 13 recoge tres secciones de la bóveda B1 (a 1 m de la fachada), B2 en la mitad del primer tramo y B3 en la mitad del segundo tramo. Se ha dibujado sólo la sección por el intradós.

Las secciones no son, evidentemente, iguales. En particular, puede que en el primer tramo el casco tuviera una ligera forma troncocónica para adaptarlo al arco de la fachada que es un poco más pequeño. En cualquier caso, más secciones en cada uno de los tramos llevarían también a pequeñas diferencias. No hay que olvidar que el sistema constructivo, con el empleo de ligeras cimbras no completamente rígidas, con ajustes a muros no enteramente paralelos etc, conduce a este tipo de pequeñas diferencias. Además, ya se ha visto que el desplome de los contrafuertes también es diferente.

Se aprecia con claridad en las fotos las humedades que en su momento sufrió la bóveda, hoy completamente seca. Estas humedades, a tenor de su extensión, debieron durar durante varios años y el enlucido de yeso, pintado imitando un despiece regular, está deteriorado. El desprendimiento de arenilla y de pequeños trozos, que ya ha sido observado, seguirá en el futuro y sólo se solucionará con una restauración integral. Este tipo de obras, históricamente, se producen cada 100-150 años; al parecer, le ha llegado el turno a Sant Miquel.

La deformación obedece a las mismas causas que la de los arcos fajones. Ligeros cedimientos del sistema de cotrarresto obligana a la bóveda a adaptarse creando pequeñas grietas de articulación: la clave baja y el arco se achata ligeramente. De hecho, el descenso vuelve a ser del orden de 1/100 de la luz de la bóveda:

- en B1 22 cm
- en B2 20 cm
- en B3 16 cm

Los dos primeros valores están influidos por el desplome de la fachada. En el primer tramos hay una zona de agrietamiento que ha producido un descenso local. El tramo 2 parece que puede haber sido “arrastrado” por el primero y se ha formado una grieta hacia la mitad, muy visible en las fotos pero de poco espesor (Fotos 54, 55 y 58).

5. Análisis de estabilidad y medidas de consolidación

Las bóvedas de la nave y del coro de la iglesia de Sant Miquel llevan en pie 350 años. Hay agrietamientos y se han producido pequeños movimientos, consecuencia de la adaptación de la estructura a pequeños cambios de las condiciones de contorno. Estos fenómenos se producirían durante el proceso de asiento de la fábrica y consolidación del suelo, durante los primeros decenios tras terminar la obra. Las grietas fueron tapadas, y el edificio ha conservado su forma hasta el día de hoy. Así, pues, no hay problemas de estabilidad general del edificio que ha demostrado estar perfectamente proyectado y construido. Los agrietamientos y movimientos descritos en el apartado anterior son muy pequeños y no afectan la seguridad de la fábrica.

Hay problemas locales que deben ser estudiados y resueltos. Estos se refieren a:

- el arco del coro
- el primer tramo de la bóveda

Por otra parte, sin mucho coste, se puede mejorar la estabilidad del conjunto de la bóveda y mejorar además su acceso para tareas de mantenimiento. A continuación se estudian los aspectos indicados.

5.1 Arco del coro

El arco del coro presenta un agrietamiento que termina en forma de cuña en su extremo. Esto hace que se produzcan en un zona reducida concentraciones de tensión. Un parte del arco puede "saltar". Esto no perjudicaría la estabilidad del arco; por el contrario, aumentaría la superficie de contacto. Pero el trozo de piedra desprendido podría dañar a algún feligrés y causaría notable alarma (zona KDE en la fig. 16).

La estructura interna de la bóveda y las dimensiones del arco del coro se han sabido realizando una cata (Fotos 33-34) y en la Figura 14 aparece un esquema.

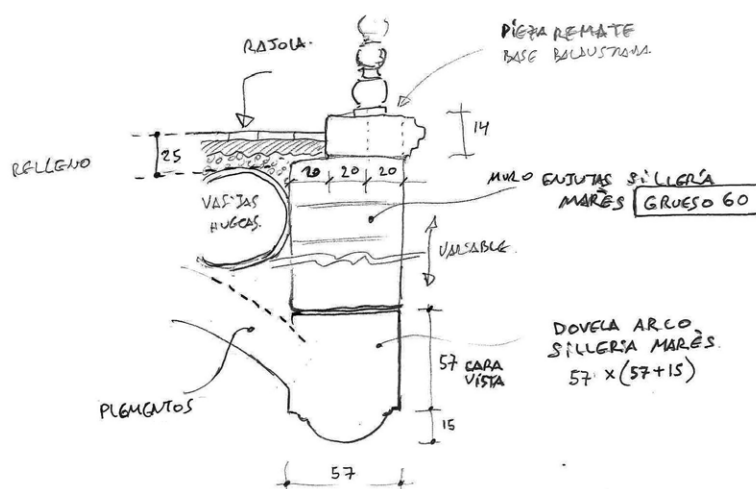


Figura 14

Esquema de la construcción del arco y bóveda del coro (Mitra Restaura s.l.)

La bóveda de crucería concentra sus empujes en las esquinas y se puede considerar que el arco del coro soporta su propio peso, el del muro y la balaustrada. En esta hipótesis, se ha realizado primero un análisis de equilibrio para la geometría hipotética original, sin deformar (ver fig. 6, más arriba). En la parte superior de la Figura 15 se ha dibujado la línea de empuje mínimo; en la parte inferior, la línea de empuje mínimo para una tensión admisible de 2 N/mm^2 . Puede verse la pequeña variación del empuje.

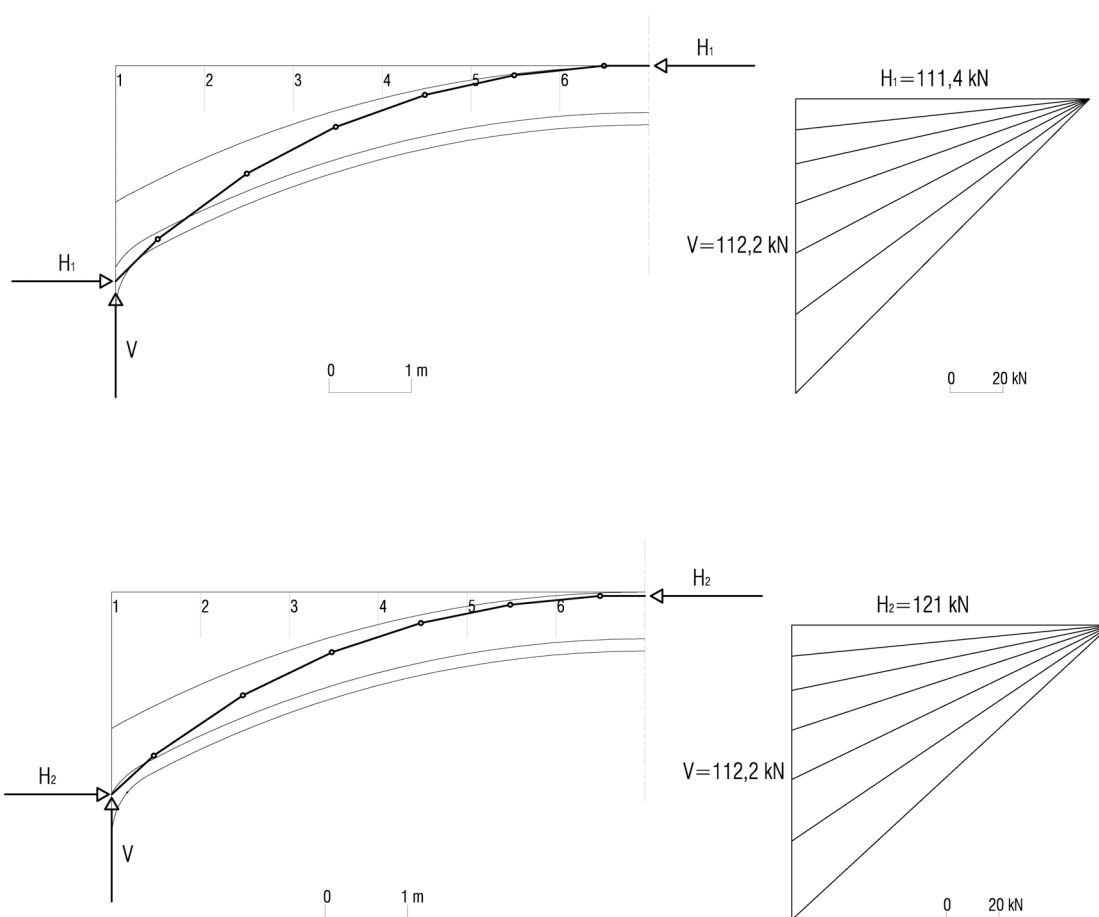


Figura 15

Análisis de equilibrio del arco del coro sin deformar. *Arriba*, línea de empuje mínimo. *Abajo*, línea de empuje mínimo para una tensión de 2 N/mm^2

La tensión media sería mucho más baja: en la clave. El arco tiene sección de área unos 3700 cm^2 (según las dimensiones de la fig. 14). El empuje en los arranques puede ser del orden de 170 kN . La tensión media es del orden de $0,5 \text{ N/mm}^2$. En un arco sin agrietar habría infinitas líneas de empujes con tensiones comprendidas entre los valores citados.

En su estado actual el arco presenta una grieta con una forma aproximada a la del esquema de la Figura 16.

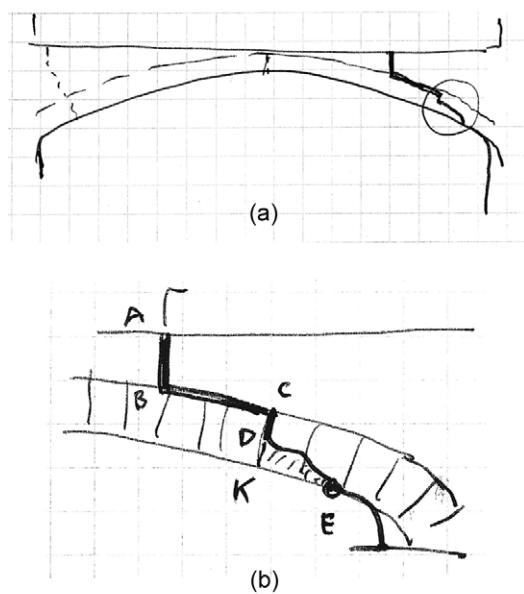


Figura 16
Esquema de la grieta del lado sur. La zona DKE puede desprenderse

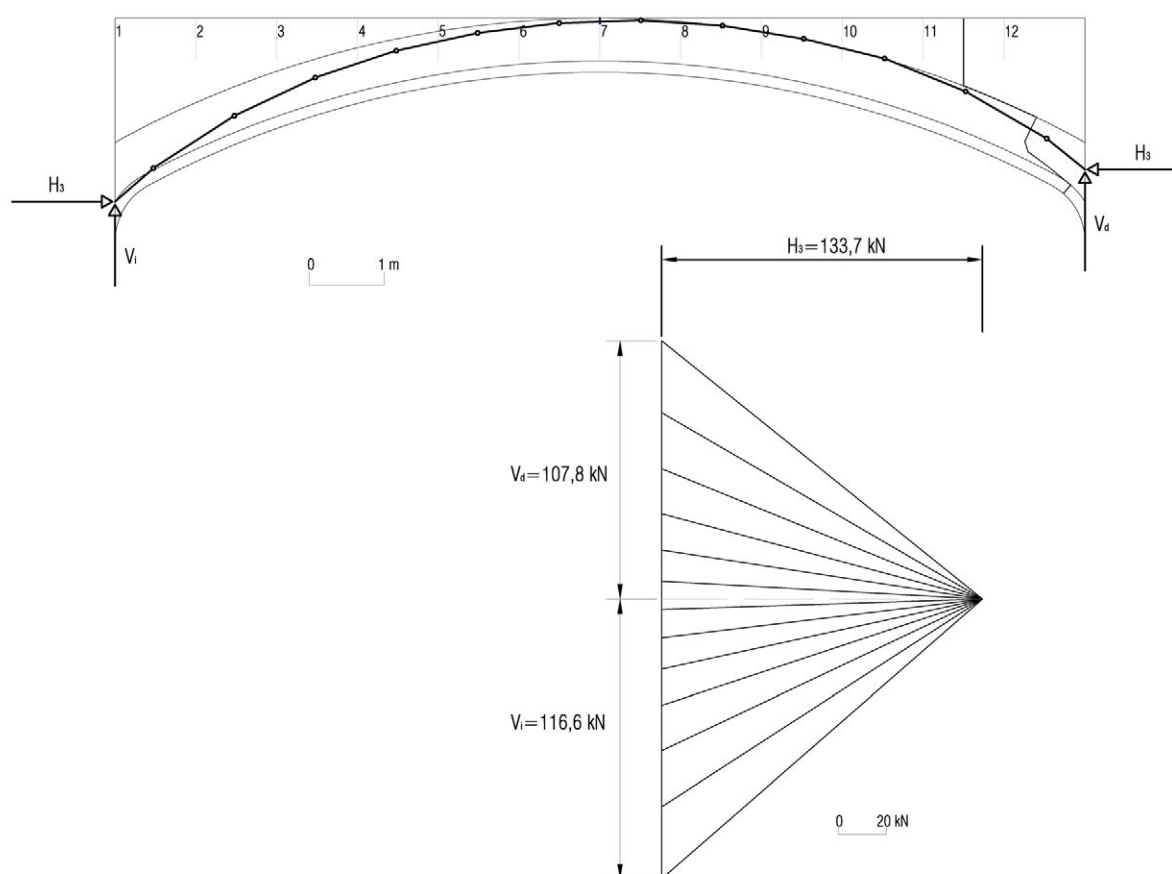


Figura 17
Línea de empujes del arco suponiendo la eliminación de la parte DKE (fig. 16)

Si se desprendiera la zona KDE la línea de empujes tendría que pasar por la parte DC. Esta situación se ha analizado en la Figura 17. La componente horizontal del empuje aumenta ligeramente, pero, como se ha dicho, las tensiones se reducirían.

5.1.2 Propuesta de consolidación

En la situación actual es preciso eliminar la zona KDE y sustituirla por una nueva piedra de las mismas características y forma que la original. Esta sustitución puede realizarse sin problemas; ya se ha visto que el arco sigue siendo estable sin esa parte.

El proceso sería el siguiente (con referencia al esquema de la Fig. 16 y la Fig. 17bis):

- 1) Limpiar la grieta AB y rellenarla perfectamente con mortero de cal sin retracción.
- 2) Limpiar la grieta BC, de lado a lado, y rellenarla perfectamente con mortero de cal sin retracción.
- 3) Limpiar la grieta CD, de lado a lado, y rellenarla perfectamente con mortero de cal sin retracción.
- 4) Esperar a que el mortero de relleno de las grietas AB, BC y CD, haya fraguado por completo, adquiriendo toda su resistencia.
- 5) Eliminar la zona DLKE.
- 6) Restituir con el mismo tipo de piedra la zona eliminada ajustando las piedras con perfección.

La operación se puede realizar sin necesidad de apeare el arco del coro.

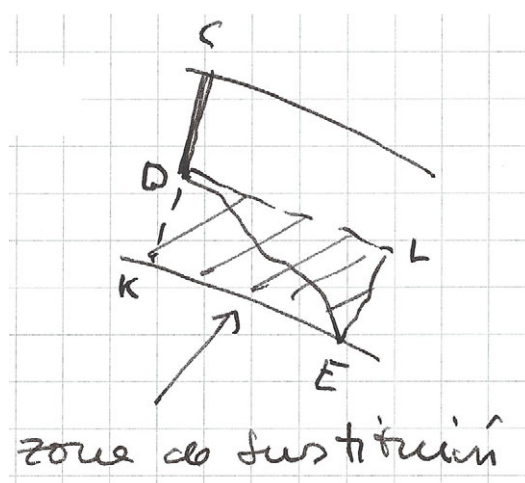


Figura 17bis. Zona de sustitución del arco del coro

5.2 Bóveda de la nave

Los arcos fajones y la bóveda de la nave han sufrido ligeras deformaciones por el ligero cedimiento del sistema de contrarresto. Esto no ha reducido la estabilidad de la bóveda que lleva en pie, como se ha dicho, tres siglos y medio.

El muro de fachada y el del presbiterio se han separado ligeramente del casco de la bóveda (unos pocos centímetros) tanto en los pies como en la cabecera. Es en la bóveda de los pies donde esta separación ha producido un daño local. En efecto, el muro de fachada ha arrastrado un fragmento de bóveda produciendo grietas y dislocaciones entre las piedras. Esta zina debe ser reparada y más adelante se exponen las medidas de consolidación.

Otro aspecto más general quizá deba ser considerado. El casco de la bóveda es muy delgado en relación con la luz: 13 cm para luces de alrededor 14,50 m. En un segundo apartado se discutirán posibles soluciones de equilibrio que expliquen la incuestionable estabilidad de esta audaz estructura.

5.2.1 Consolidación de la zona superior del primer tramo

La zona de la clave en contacto con el muro de fachada presenta grietas y dislocaciones que deben ser reparadas (Fig. 18). La intervención consistirá en:

- 1) Recuperar la curvatura en la zona de la clave.
- 2) Recolocar, limpiar y sellar las juntas con mortero de cal sin retracción.

Para ello es preciso disponer un andamiaje ligero apoyado en el suelo del coro que soporte una plataforma de trabajo a, digamos, unos 2 m de la clave de la bóveda. Sobre la superficie de trabajo se apoyarán los camones y cimbras que permitan realizar las operaciones anteriores con seguridad.



Figura 18
Zona de actuación en el primer tramo de bóveda

5.2.2 Análisis de equilibrio de la bóveda

En las Figuras 19 y 20 se muestra un esquema de la construcción actual de la bóveda y las dimensiones principales que afectan a su estabilidad:

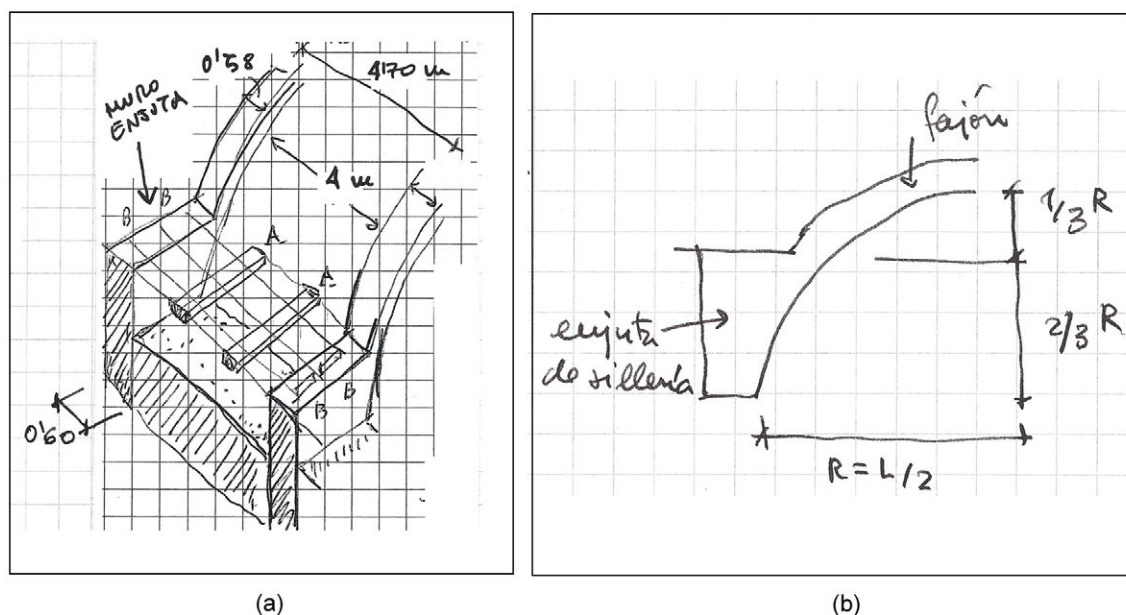


Figura 19
(a) Esquema constructivo; (b) esquema de los arcos fajones

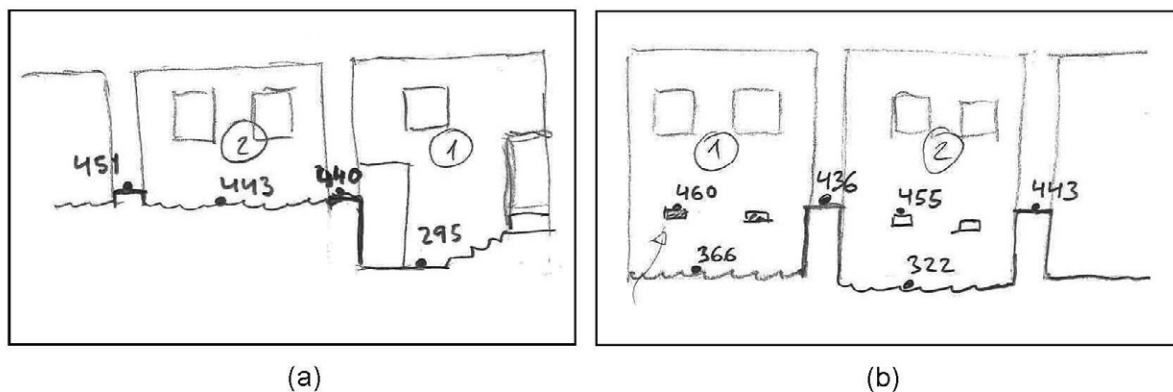


Figura 20
Altura de los muros de enjuta, codales y relleno en los dos primeros tramos. (a) Lado norte (de la epístola); (b) lado sur (del evangelio) (Mitra Restaura s.l.)

Los muros de enjuta están entre 0,60 y 0,62 de la flecha o altura de la bóveda medida desde la línea de imposta hasta la clave por el intradós, según las medidas realizadas por la empresa Mitra Restaura. Es decir, bastante aproximadamente, alcanzan 2/3 de la flecha que es una regla que aparece en numerosos tratados de construcción (por ejemplo, San Nicolás 1639; véase Huerta 2004).

Los codales (dos por cada tramo) están a la misma altura y soportan una tabla para pasar. Es

probable que reciban también parte del empuje de la bóveda y lo transmitan al muro.

Finalmente, el relleno tiene altura variable. En el lado norte casi alcanza el nivel de las enjutas y codales, pero en el sur está varios decímetros más bajo (50-70 cm). Se han hecho sendas catas en ambos lados y el relleno está formado hasta una profundidad de un metro de tierra suelta y tejas rotas.

Los arcos fajones no presentan ningún problema y son evidentemente estables. La bóveda sí parece demasiado delgada, habiendo permanecido sin embargo en buen estado desde su construcción. En lo que sigue discutiremos los modos posibles de funcionamiento de la bóveda.

En una primera aproximación se podría que considerar que la bóveda funciona como un arco transmitiendo su peso según una línea de empujes contenida en su interior. El arco es más rebajado que el de medio punto debido al relleno y los codales.

El estudio se hará por referencia a arcos de directriz circular perfecta. No es este el caso de la bóveda real que presenta desviaciones respecto a esta geometría “perfecta”. De hecho la línea de clave de la sección z-z en la Figura 11 ya muestra que todas las secciones transversales serían ligeramente diferentes.

5.2.1.a Espesor límite de arcos circulares de espesor uniforme

La referencia para estimar la seguridad de un arco es el arco límite: el arco de mínimo espesor para un sistema de cargas dado. El problema ha sido estudiado en detalle por Heyman (1969, 1980, 1995). Para el arco de medio punto, el espesor mínimo es de aproximadamente 1/18 de la luz. El espesor límite disminuye muy rápidamente cuando el ángulo de apertura disminuye, Figura 21.

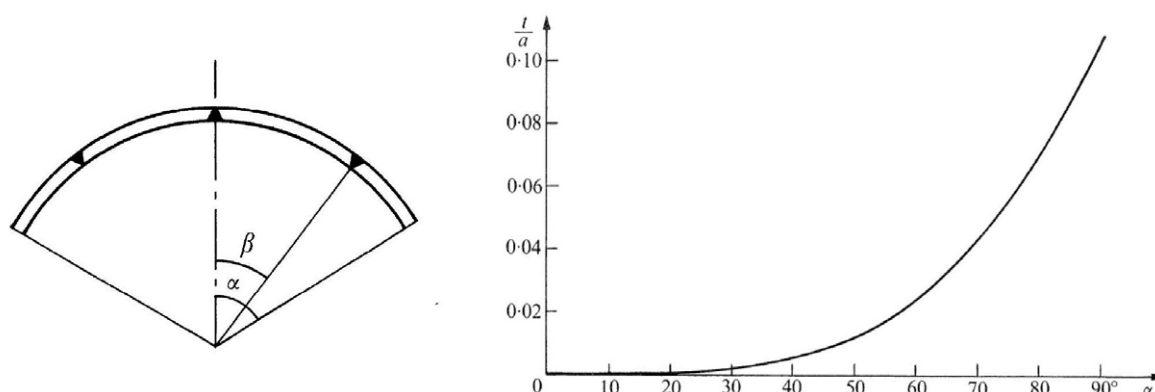


Figura 21

Espesor límite en función del semiángulo de apertura α (t = espesor; a = radio medio) (Heyman 1977)

Heyman (1969, 1977) encontró una expresión muy aproximada que permite estudiar las características esenciales del problema. La expresión conduce a arcos límite un poco más delgados. En lo que sigue emplearemos la expresión exacta de la línea de empujes (Milankovitch 1907) que se puede deducir, bien integrando la ecuación diferencial de equilibrio, bien en este caso tan sencillo, estableciendo el equilibrio de un fragmento de arco simétrico.

Con referencia a la Figura 22 y tomando momentos respecto a O se puede obtener la ecuación en coordenadas polares (ρ, φ) de la línea de empujes, para un arco en segmento de círculo de ángulo de apertura 2α , espesor e y radio del intradós r .

$$\rho = \frac{\rho_0 H + \frac{1}{6} e (e^2 + 12r^2) \sin^2(\varphi/2)}{H \cos \varphi + e r \varphi \sin \varphi}$$

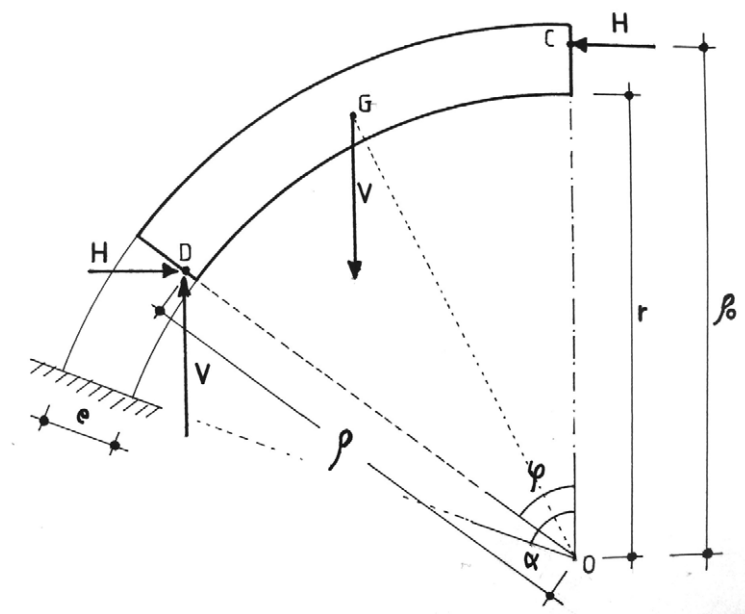


Figura 22

Equilibrio de un segmento de arco circular de espesor uniforme

Podemos emplear esta expresión para calcular el espesor límite de cualquier arco de directriz circular y espesor uniforme.

El mecanismo de colapso exige la formación de al menos cuatro rótulas. Considerando una rótula en la clave se formarían, por simetría cinco: una en el trasdós de la clave, dos en el trasdós en el arranque y otras dos en el intradós.

Trabajando con medio arco, sabemos que la línea de empujes pasará por el trasdós en la clave y en los arranques. El problema es determinar el espesor de manera que la línea de empujes quede contenida justo dentro del arco, es decir, que sea tangente al intradós.

Para un arco escarzano con un ángulo de apertura de 2β .

Para que pase por el trasdós en la clave y en los arranques:

$$\begin{aligned} \text{para } \phi = 0, & \quad \rho = \rho_0 = r + e/2 \\ \text{para } \phi = \alpha & \end{aligned} \quad (2)$$

$$\rho + \frac{e}{2} = \frac{(r + \frac{e}{2})H + \frac{1}{6}e(e^2 + 12r^2)\sin^2(\alpha/2)}{H \cos \alpha + e r \alpha \sin \alpha}$$

de donde se puede despejar H :

$$H = \frac{(r + \frac{e}{2})e r \alpha \sin \alpha - \frac{1}{6}e(e^2 + 12r^2)\sin^2(\alpha/2)}{(r + \frac{e}{2})(1 - \cos \alpha)} \quad (3)$$

sustituyendo los valores de ρ_0 , ec.(2), y H , ec. (3) en la ecuación (1), obtendremos la ecuación de la línea de empujes que pasa por el trasdós en la clave y en los arranques. Milankovitch en su artículo obtiene la solución exacta para un arco de medio punto, derivando la función, hallando la expresión del mínimo radio polar y del ángulo correspondiente (el ángulo de rotura), etc. No obstante las expresiones a las que llega son tan largas que, finalmente, obtiene la solución numéricamente.

En este caso, hemos obtenido la solución numéricamente, por tanteos, mediante un sencillo programa de Basic, combinando las ecuaciones (1), (2) y (3). Se introduce un cierto valor del espesor e , y se hallan todos los radios para el intervalo $(0, \alpha)$. Se hace la resta $\rho - r$ para cada valor de ϕ en el intervalo. Se va reduciendo (o aumentando) el espesor e hasta que dicha diferencia se hace cero. Se puede obtener la precisión deseada. La validez de los resultados se ha verificado con los valores conocidos de Milankovitch (1907) y Cocchetti et al. (2011).

5.2.1.b Ángulos de apertura de la bóveda con relleno y espesores límite

La bóveda tiene un radio de intradós variable, en cada tramo y dentro de cada tramo, debido a las imperfecciones inherentes a la construcción y a la deformación que ha sufrido. Tomaremos como radio "típico" un radio de 7,30 m y como espesor 0,13 m.

Como se ve en la Figura 21 el espesor límite disminuye rápidamente con el ángulo de apertura. La función del macizado y relleno de los riñones de las bóvedas es, precisamente, hacer la bóveda más rebajada. De esta manera se pueden emplear con seguridad espesores menores. La regla estándar era darle al macizado o relleno consistente $2/3$ de la altura de la bóveda. Hemos visto que la altura de los muros de enjuta de los arcos fajones se ajustan a esta regla. Un relleno consistente hasta dicha altura reduce el semiángulo de apertura a $\alpha = \arccos(2/3) = 48,2^\circ$. Para $\alpha = 60^\circ$, el relleno tendría $1/2$ de la altura de la bóveda. Para, una altura de $1/3$ ($\alpha = 70,5^\circ$) resulta constructivamente casi imposible no unir el casco de la bóveda con el muro.

Obtendremos, pues, los valores del espesor límite para una bóveda circular con un radio de intradós $r = 7,30$ m. El coeficiente geométrico de seguridad (Heyman 1969) resultará de dividir el espesor real (0,13 m) por el espesor límite. Con el citado programa que combina las ecuaciones 1-3, se han obtenido los siguientes valores, para alturas típicas h/r de 2/3, 3/5, 1/2 y 1/3, donde h es la altura del relleno y r el radio del intradós. En la tabla la esbeltez límite es el resultado de dividir el espesor límite por el radio medio ($r_m = r + e_{\text{lím}}/2$), $\lambda_{\text{lím}} = e_{\text{lím}}/r_m$.

h/r	α (°)	$\lambda_{\text{lím}}$	$e_{\text{lím}}$ (mm)	c.g.s.
2/3 (=0,66)	48,2	1/102	72	1,8
3/5 (=0,60)	53,1	1/70	105	1,24
1/2 (=0,50)	60	1/44	168	-
1/3 (=0,33)	70,5	1/24	307	-

Tabla 1

Como se puede ver la esbeltez límite es muy sensible en función de la altura del relleno (ángulo de apertura, Fig. 21). Por ejemplo, para $h/r = 0,62$, $\lambda_{\text{lím}} = 1/78$, $e_{\text{lím}} = 94$ mm y el coeficiente geométrico de seguridad sube a 1,4.

5.2.1.c La bóveda de Sant Miquel. Soluciones alternativas de equilibrio

En la bóveda de Sant Miquel las alturas medidas desde la imposta (Fig. 13) oscilan entre 7,13 y 7,24. Las alturas del relleno, en el lado sur, probablemente estén un poco por encima de la mitad de la flecha de la bóveda (digamos, 0,55). En el caso del primer tramo (Fig. 20), en el lado norte el relleno prácticamente no existe, por la necesidad de acceso, y el suelo se encuentra a 2,95 por encima del nivel del arranque ($h/r = 2,95/7,15 = 0,41$).

Es evidente, pues, que la bóveda no se ha sostenido en los últimos 350 años con un mecanismo de arco puro. Una parte de la carga debe transmitirse a los arcos fajones por algún tipo de funcionamiento a compresión de la fábrica.

El mecanismo de membrana parece estar descartado, dado que aparecen tracciones que el material no puede resistir. Esto es fácil de comprobar empleando las fórmulas clásicas de las cáscaras cilíndricas (véase Heyman 1977 o Flügge 1973), hallando las resultantes de tensiones y después las tensiones principales. Sin embargo, las tensiones de membrana son muy bajas, del orden de $\sigma = R\gamma$, donde R es el radio de curvatura de la cáscara (7,30 m en este caso) y γ es el peso específico (en este caso 15 kN/m³). Para estos valores $\sigma = 0,11$ N/mm² ó 1,1 kg/cm². Dado el buen estado de la cáscara no es descartable que parte de la carga se transmita a los arcos fajones por un funcionamiento de membrana en algunos tramos. (Probablemente no en el segundo tramo con una grieta que lo atraviesa.)

Arcos diagonales

El Teorema Fundamental de la Seguridad permite buscar soluciones de equilibrio por el llamado “método de los cortes”. En este caso se ha considerado que parte de la carga se podría transmitir formando arcos diagonales, obtenidos por familias de planos verticales cruzándose a 45° , como se ve en el esquema de la Figura 23.

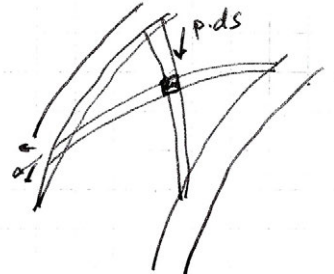


Figura 23

Transmisión de carga por arcos diagonales

Para obtener una idea de la transmisión de las cargas y de la acción sobre los arcos fajones se ha considerado una bóveda cilíndrica equivalente de dimensiones $r = 7,3$ m y $e = 0,13$ m, con un ancho de 4,15 m. Se ha empleado un modelo sólido del programa Rhino para obtener la red de arcos elementales, Figura 24. Se ha considerado que a partir de unos 70° respecto al eje, la bóveda forma cuerpo con el muro (Fig. 25).

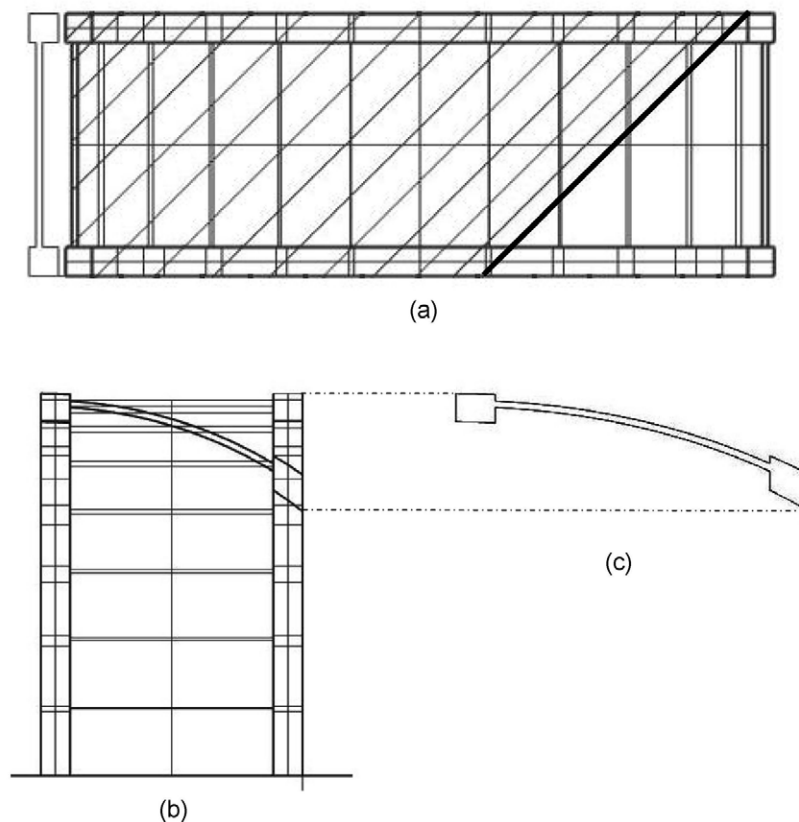


Figura 24

Cortes diagonales en modelo sólido de Rhino para el análisis de equilibrio para un segmento de bóveda con un ángulo de apertura de 140°

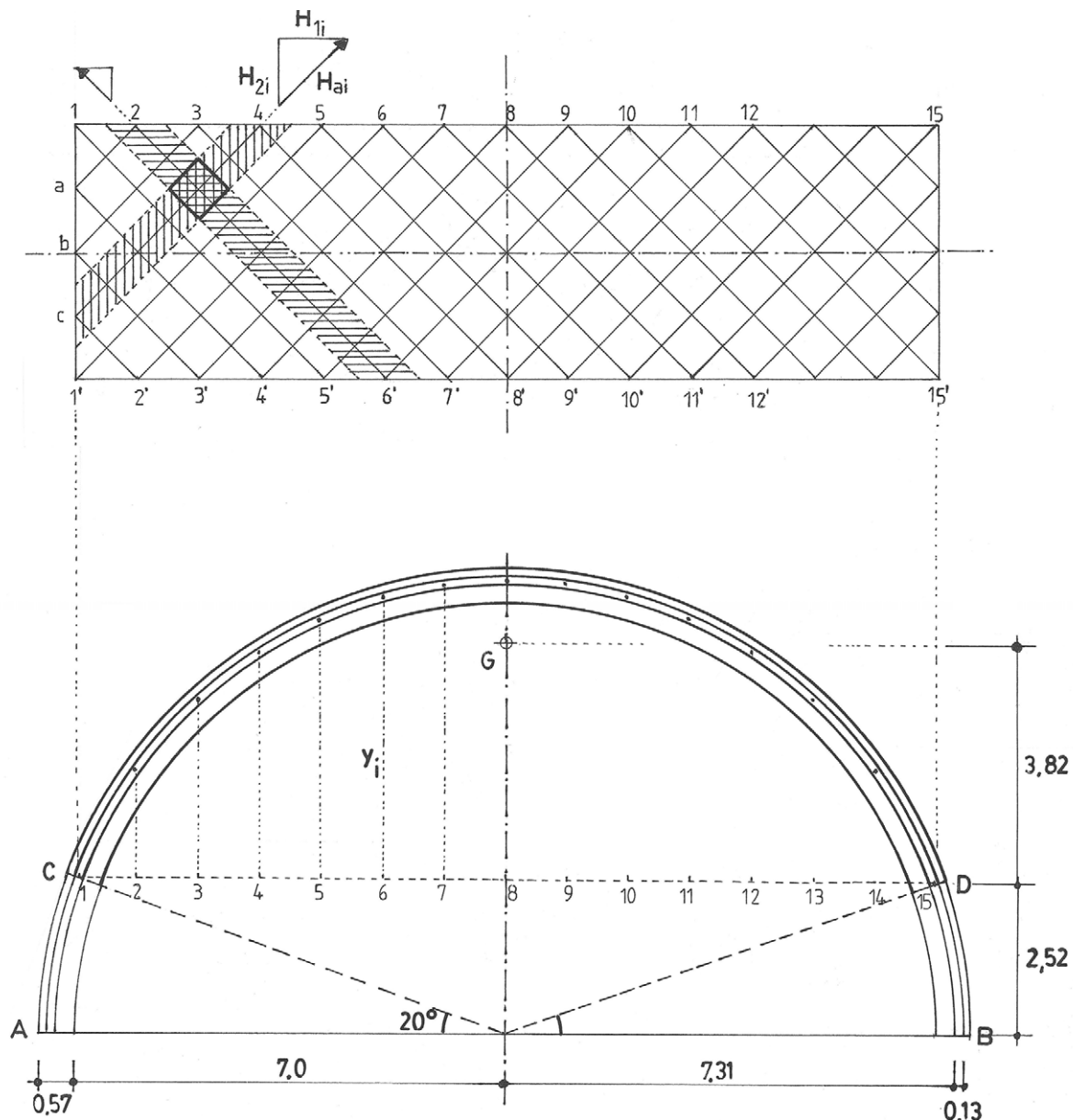


Figura 25

Geometría del segmento de bóveda objeto de análisis y de la división en arcos cruzados a aproximadamente 45°

Para simplificar se ha considerado una carga uniforme en proyección horizontal q (kN/m²). El objetivo principal no es obtener una solución exacta ("close solution") sino demostrar que el mecanismo propuesto es viable y, además, conocer el orden de las fuerzas internas a que da lugar. Al ser la carga uniforme, las líneas de empujes dentro de cada uno de los arcos elementales son arcos parabólicos lo que facilita su trazado.

Por simetría, sólo salen 10 arcos elementales distintos (con diferentes orientaciones). Para cada uno de ellos se han obtenido las reacciones que constituyen las acciones con componentes H_{ai} y V_{ai} en cada punto i del arco fajón. En la figura 25 se ha representado una de dichas componentes horizontales (en el punto 4), que se compondría con el otro arco

perpendicular que concurre en dicho punto. La componente horizontal H_{ai} se puede descomponer a su vez en otras dos componentes H_{1i} y H_{2i} según el plano del arco fajón y perpendicular a él, respectivamente. Calculando dichas componentes y sumándolas (con su signo) se ha elaborado la Tabla 2 que se ha calculado para $q = 1 \text{ kN/m}^2$. Se ha tenido en cuenta que cada elemento diferencial de superficie se lleva la mitad de la carga. El cálculo se simplifica mucho para la carga uniforme pues las líneas de empujes son parábolas. Los empujes se han calculado gráficamente, Figura 26.

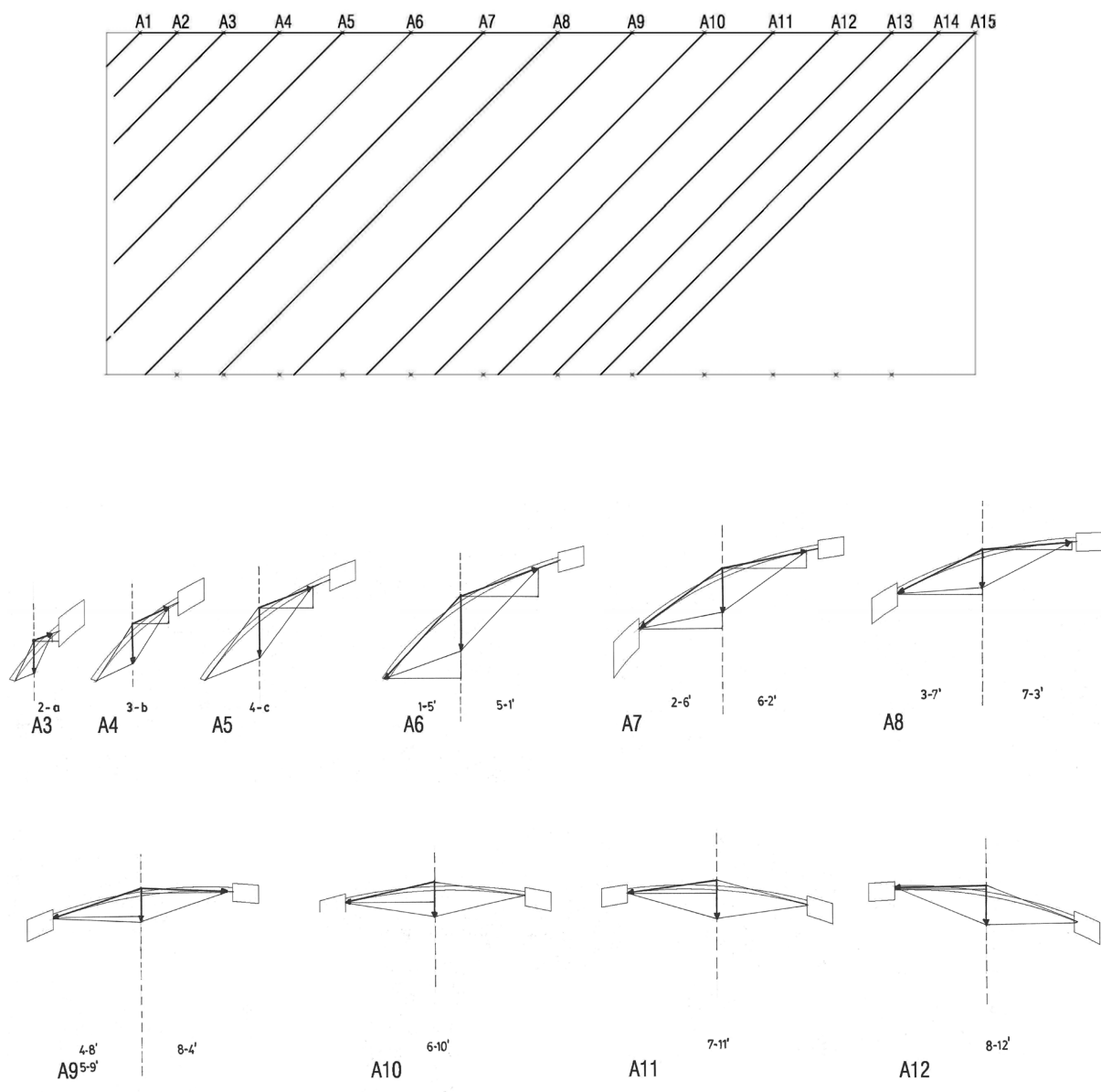


Figura 26

Arcos elementales resultado del corte (arbitrario) a unos 45° . Por condiciones de simetría sólo hay 10 arcos diferentes (cf. Fig. 24)

Puntos	H_1	H_2	V	y_i
1	1,42	1,42	2,18	0
2	1,91	2,18	1,97	1,75
3	1,97	2,91	1,53	2,9
4	1,88	3,5	0,78	3,75
5	1,26	4,12	0,77	4,25
6	0,7	4,79	0,24	4,60
7	0,05	4,88	0,18	4,80
8	-0,34	5,06	0,40	4,85

$$\sum H_{2i} = 52,51$$

$$\sum V_i = 8,05$$

Tabla 2

Se ha calculado el valor y la posición (tomando momentos respecto a la línea CD, Fig. 25) de la fuerza total perpendicular al plano del arco fajón: $(2)(52,51)q$ kN, aplicada en el punto G, situado a 3,82 m de CD y 6,34 m de la línea de imposta. Para la bóveda de espesor 0,13 m y considerando un peso específico de 15 kN/m³, $q = (0,13)(15) = 1,95$ kN/m², esta fuerza alcanzaría un valor de unos 200 kN ó 20 toneladas.

Se trata de una fuerza considerable. En los tramos intermedios, estas fuerzas horizontales se equilibrarían, pero no así en los muros extremos que, evidentemente, no pueden resistir una fuerza de esta magnitud.

Otra posibilidad es que este mecanismo permita una “descarga” parcial del arco que permita que su línea de empujes se aproxime en la parte superior a la forma del arco.

Por ejemplo, si el mecanismo “descargara” 1/4 del peso, la fuerza valdría $H_{2b} = 50$ kN. El muro de fachada tiene unas dimensiones, aproximadas, de $(19)(14)$ m² con un espesor equivalente de 1,10 m. Considerando un peso específico del muro de 15 kN/m³ su peso total es de $P_m = 4.974,2$ kN. La fuerza de 50 kN actuaría a $6,34 + 11,21 = 17,55$ m. La distancia x del borde interior del muro viene dada por la ecuación:

$$(H_{2b})(17,55) = (P_m)(x - 1,10/2)$$

de donde $x = 0,73$ y el coeficiente geométrico de seguridad en la base de 1,20 m (el muro es de sección variable) de,

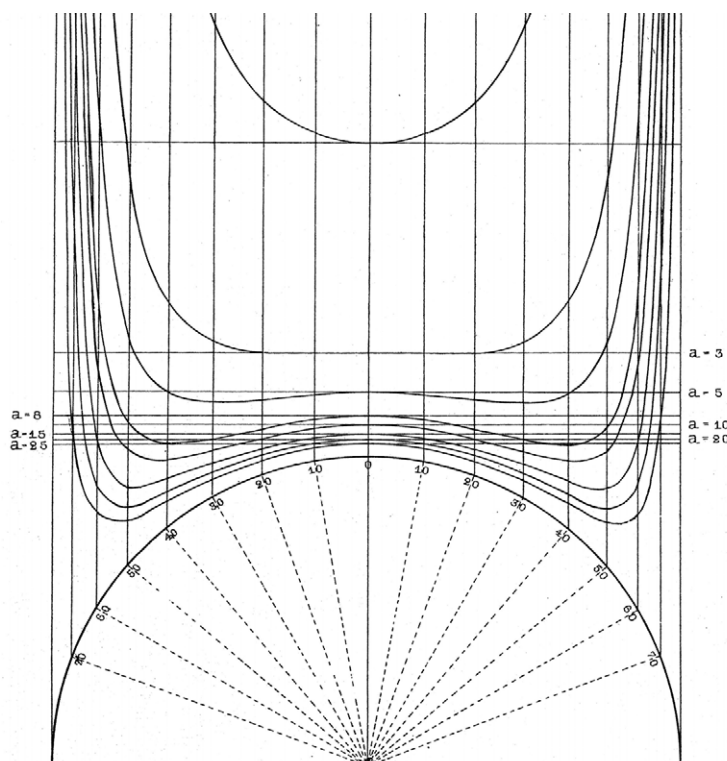
$$\text{c.g.s.} = (1,20/2)/(x - 1,20/2) = 0,60/0,13 = 4,6$$

Si la fuerza fuera la tercera parte, esto es 66 kN, $x = 0,78$ y el c.g.s. se reduciría a 3,33.

Línea de carga

$$Z = \frac{Z_o}{(\cos \phi)^3}$$

El empuje horizontal en la clave vale $H = R(z_o \gamma)$ donde γ es el peso específico de la fábrica. La forma de la curva depende de un parámetro adimensional $a = R/z_o$. En la Figura 27 de Schwedler pueden verse las familias de curvas correspondientes.



32

Puede verse que hasta unos 30° - 40° de la clave el espesor varía poco; luego crece muy rápidamente y se hace infinito en los arranques con tangente vertical.

Dentro del marco del enfoque del equilibrio podemos suponer que una parte del espesor actúa como carga vertical produciendo una línea de empujes que coincide con el intradós y el resto es una carga que se transmite por el mecanismo de arcos cruzados, la parte rayada por encima de la línea de carga (Figura 28).

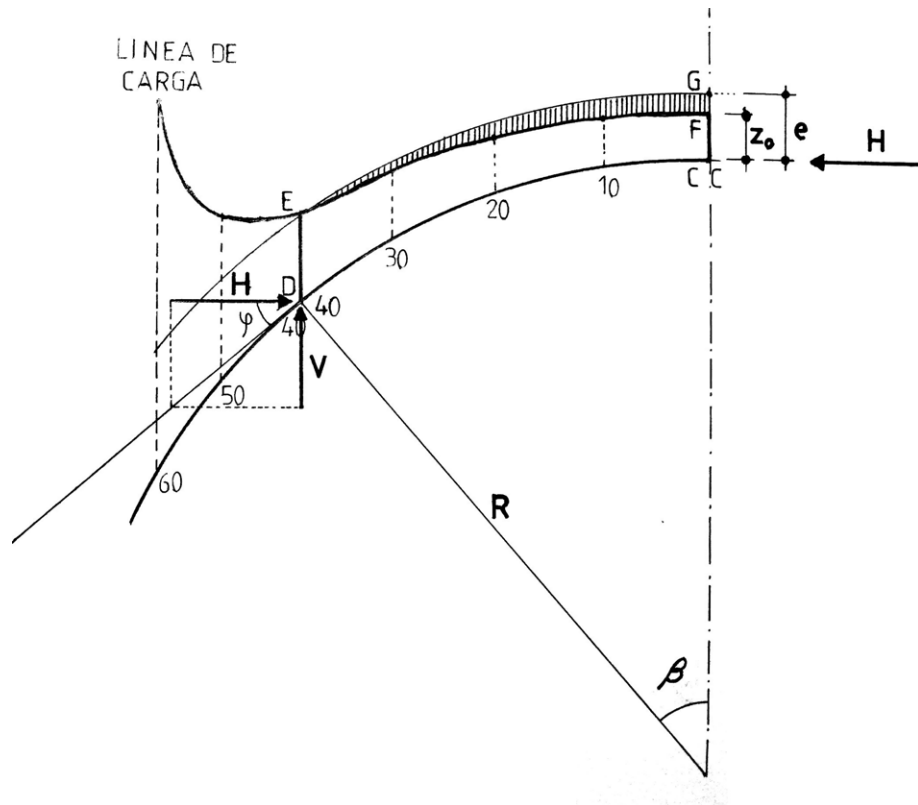


Figura 28
Línea de carga para un directriz circular

Si la línea de carga pasa por un punto F a una distancia z_0 ($z_0 = \mu e$), la distancia vertical z de la línea al intradós irá creciendo hasta que, para un cierto ángulo β , cortará al trasdós. El peso CFED se transmitirá por el intradós y el EFG (zona rayada) se transmitirá por el mecanismo de arcos cruzados. El ángulo depende del coeficiente μ . Para $\mu = 0,6$, el 73% de la carga se transmite por el intradós y sólo el 27% debe ser soportada por los arcos cruzados.

Queda por establecer el equilibrio de la parte inferior de la bóveda. Éste dependerá, principalmente, de la altura del relleno consistente. El nivel más bajo del relleno se encuentra en la entrada a la bóveda, donde el suelo está a 2,95 m de la línea de imposta. El ángulo α , desde la horizontal, que define esta altura valdrá: $\alpha = \arcsin(2,95/7,30) = 24^{\circ}$. En el lado sur, donde está más bajo el relleno, podríamos considerar una altura de 3,40 m. En este caso, el ángulo del relleno valdrá $\alpha = \arcsin(3,40/7,30) = 28^{\circ}$.

En la Figura 29 se ha representado el equilibrio de la parte inferior de la bóveda, sometida en su parte superior a un empuje tangente a su intradós de componentes H y V . El ángulo β y el empuje dependen del factor μ considerado.

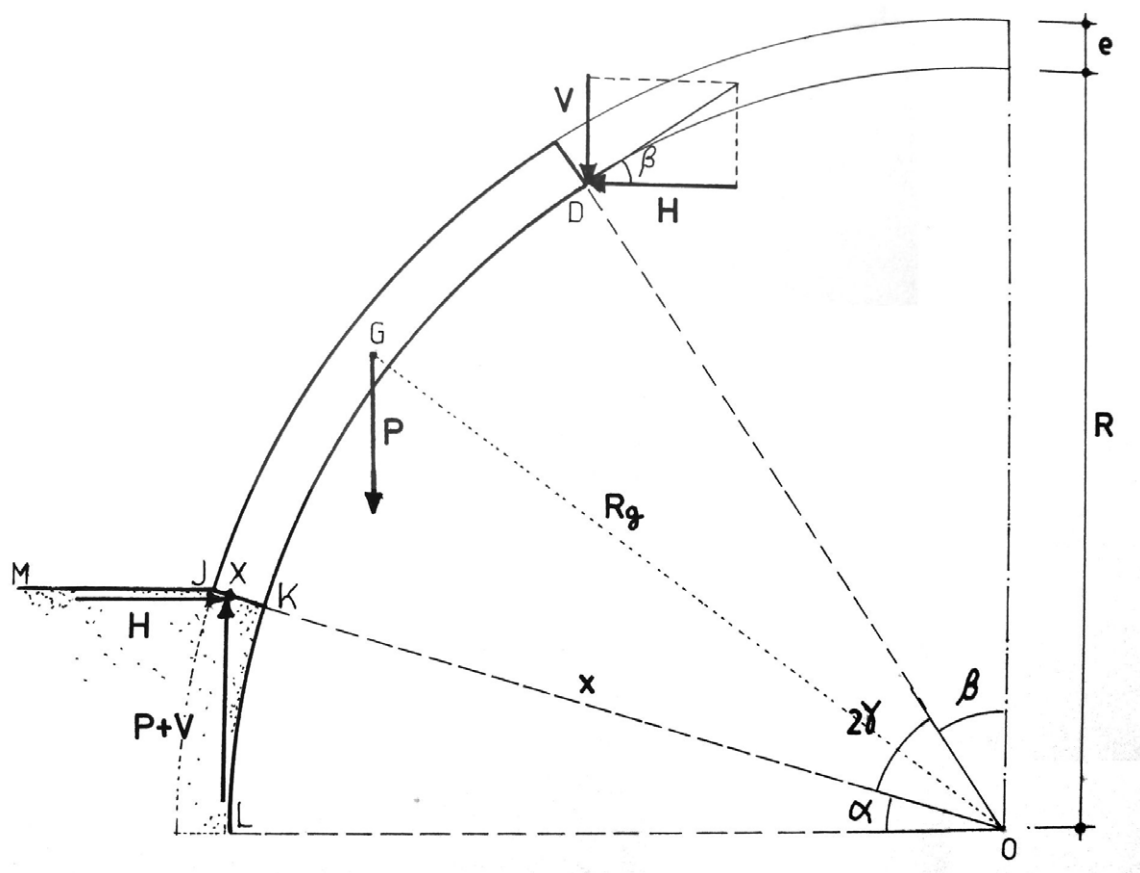


Figura 29
Equilibrio de la bóveda de la nave

El punto X debe estar dentro de la junta JK. Tomando momentos respecto al punto H, se obtiene la siguiente expresión:

$$x = \frac{PR_g \cos(\alpha + \gamma) + VR \sin \beta + HR \cos \beta}{H \sin \alpha + (P + V) \cos \alpha}$$

Podemos ahora tantear con distintos valores de μ y α .

La zona más desfavorable de la bóveda es, como se ha dicho, la del acceso con $\alpha = 24^\circ$. Para $\mu = 0,50$, $\beta = 45^\circ$ y, $x = 7,40$ m, menor que $7,30 + 0,13 = 7,43$ m. El peso que debe ser transmitido por el mecanismo de arcos cruzados es el 36% del cubierto por el semiángulo de 45° . Se ha visto antes cómo el muro era capaz de resistir el empuje de la bóveda por el mecanismo de arcos cruzados para una semiángulo de 65° .

Por tanto, queda demostrado que, incluso en la situación más desfavorable, la bóveda es capaz de encontrar una solución de equilibrio a compresión para la transmisión de las cargas.

5.2.2 Mejora de la estabilidad de la bóveda

Si bien es cierto que la bóveda en su estado actual es segura (ha estado 350 años en pie), la discusión del apartado anterior demuestra que el enjutado aumenta enormemente la seguridad de la bóveda.

Por lo tanto consideramos que sería recomendable realizar una intervención de muy poco coste que mejoraría su estabilidad, sanearía los rellenos y facilitaría el acceso para mantenimiento.

La intervención consistiría en enjutar el casco de la bóveda hasta el nivel de las enjutas de los arcos fajones. Se procedería de la siguiente manera:

- 1) Se procederá por tramos, a ambos lados, de la cabecera a los pies.
- 2) Se retirará el relleno hasta un 1,20 por debajo del nivel de las enjutas de los fajones.
- 3) Se construirán (respetando los codales A) 3 muretes de libaña de marés de 13 cm de espesor, a distancias iguales entre los muros de enjuta (aproximadamente 1 m). La parte superior estará al nivel de las enjutas de los fajones.
- 4) Se volverá a rellenar dejando libre unos 20 cm hasta el nivel de las enjutas.
- 5) Se dispondrá una pasarela de servicio apoyando en las enjutas. La pasarela tendrá un ancho de 40-45 cm de manera que quede espacio libre a cada lado. El motivo es permitir la libre ventilación del relleno.

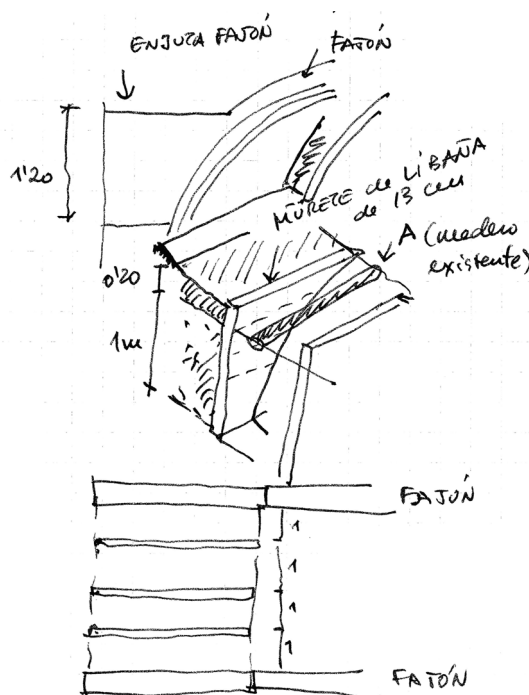


Figura 30

Enjutado del casco de la bóveda con muretes de libaña

En la zona de acceso, donde el relleno alcanza su nivel más bajo, no se podrá alcanzar la altura de las enjutas, pero sí se podría elevar el nivel del suelo mediante unos tabicados de marés aproximadamente 1 m. Esto dejaría el nivel a 1/2 de la altura de la bóveda, que se ha demostrado suficiente en el apartado anterior y que, seguramente, se compensaría con la menor longitud del tramo. La solución más adecuada se estudiará in situ, pues requiere un estudio y medición detallados de que no se dispone en la actualidad. Sin embargo, en una de las visitas ya se comprobó que es posible. Se trata de buscar la solución más adecuada.

6. Conclusiones

- 1) La iglesia de Sant Miquel de Palma no presenta problemas generales de estabilidad. Tras la gran reforma de circa 1650 con la construcción del coro y la gran bóveda de la nave no se aprecia signo alguno de inestabilidad. Los agrietamientos y desplomes medidos son enteramente normales y las mínimas variaciones observadas son también habituales y pueden atribuirse a variaciones estacionales de las condiciones de contorno.
- 2) Sí hay problemas locales, normales tras varios siglos de existencia que deben ser resueltos. Estos problemas afectan: a) al arco del coro; b) al primer tramo de la bóveda y c) problemas generales de mantenimiento que deben realizarse. A continuación se describen las medidas.

Arco del coro

- 3) El arco del coro presenta un agrietamiento particular que, sin afectar la estabilidad general, puede producir el desprendimiento de un bloque de piedra de pequeñas dimensiones. En el informe se han detallado las medidas para resolver este problema local (apartado 5.1.2).

Primer tramo de la bóveda de la nave

- 4) En la zona de la clave del casco de la bóveda en contacto con el muro de fachada hay agrietamientos y dislocaciones locales que podrían, con el paso de los años, conducir al desprendimiento de algunas piedras. Es un problema local y en el informe se detallan las medidas de consolidación necesarias (apartado 5.2.1).

Mejora de la estabilidad de la bóveda

- 5) La bóveda en su estado actual es estable. No obstante, se podría mejorar con muy bajo coste su estabilidad añadiendo unos muretes de contrarresto de libaña de marés que conecten el casco con el muro de la nave. Esta intervención se ha descrito en el informe. Dichos muros servirían, además, de soporte a una pasarela adecuada a futuras labores de mantenimiento o como acceso de emergencia en caso de incendio (apartado 5.2.2).

Medidas generales de mantenimiento

- 6) El resto de las grietas visibles son inocuas y no revisten peligro. Si se decide taparlas se deberá hacer con un mortero del mismo tipo del empleado en la fábrica circundante. Estas grietas, por ejemplo, son: las de la bóveda del coro, la de separación entre la fachada y el casco, la de separación entre el muro del presbiterio y el muro, diferentes fisuras en el casco de la bóveda.
- 7) La bóveda original presenta una serie de huecos circulares de ventilación que, en algún momento, fueron tapados. La ventilación es esencial para el buen mantenimiento de la fábrica de la bóveda y dichos huecos deben ser abiertos de nuevo. Se recomienda también mejorar la ventilación de la cubierta de teja añadiendo elementos de ventilación en la zona de la cumbrera (tejas de ventilación, extractores pasivos, etc.)
- 8) Se aprecia en el trasdós de la bóveda una antigua instalación eléctrica. Se recomienda su completa eliminación. Un chispazo que diera lugar al incendio de la estructura de madera

podría conducir a la caída de la cubierta sobre la bóveda.

- 9) El enlucido del intradós de la bóveda presenta evidentes signos de deterioro debidos a humedades. Es posible que parte se deban a condensaciones por mala ventilación. En cualquier caso, se han producido, según se me ha comunicado, pequeños desprendimientos del enlucido. No son signo de ningún problema estructural sino del de la degradación del enlucido. No cesarán hasta que se restaure dicho enlucido.
- 10) El coro parece estar usándose actualmente como almacén. Conviene retirar todo el mobiliario que no se considere esencial a su función litúrgica. La bóveda nunca estuvo pensada para soportar grandes pesos.

Todo lo cual afirmo y rubrico según mi leal saber y entender en Peterhouse, Cambridge, a 20 de enero de 2014.



Firmado:

Santiago Huerta Fernández

Profesor Titular del Departamento de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid

7. Bibliografía

- Abraham, P. 1934. *Viollet-le-Duc et le rationalisme médiéval*. Paris: Vicent, Fréal et Cie.
- Cocchetti, G.; G. Colasante y E. Rizzi. 2011. On the analysis of minimum thickness in circular masonry arches». *Applied Mechanics Reviews* 64: s.p.
- D. J. A. 1853. *Reducción de las pesas y medidas de Mallorca a las del Sistema Métrico Decimal y vice-versa*. Palma de Mallorca: Imprenta de Pedro José Gelabert, 1853.
- Flügge, W. 1973. *Stresses in Shells*. 2nd Ed. Berlin: Springer Verlag.
- Garcia Inyesta, N. y G. Oliver Sunyer. 1997. *Construir en Marès*. Palma de Mallorca: Delegació Mallorca del Col·legi Oficial d'Arquitectes de Balears.
- Heyman, J. 1969. The Safety of Masonry Arches. *International Journal of Mechanical Sciences* 11: 363-385. (trad.. española en Heyman 1995)
- Heyman, J. 1977. *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford: Clarendon Press.
- Heyman, J. 1980. The Estimation of the Strength of Masonry Arches.. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. Vol. 69, Part 2: pp. 921-937. (trad.. española en Heyman 1995)
- Heyman, J. 1983. Chronic Defects in Masonry Vaults: Sabouret's Cracks. *Monumentum* 26: 131-141. (trad.. española en Heyman 1995)
- Heyman, J. 1992. Leaning Towers. *Meccanica* 27: 153-59. (trad.. española en Heyman 1995)
- Heyman, J. 1995. *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. Colección de ensayos*. Editado por S. Huerta. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Heyman, J. 1999. *El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera / CEHOPU.
- Heyman, J. 2011. *Teoría básica de estructuras*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Huerta, S. 2001. Mechanics of masonry vaults: The equilibrium approach. En: *Historical Constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Proceedings of the 3rd. International Seminar. Guimaraes 7-9, November*, P. B. Lourenço and P. Roca, eds. Guimaraes: Universidade do Minho, 47-69.
- Huerta, S. 2004. *Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Huerta Fernández, Santiago y Gema López Manzanares.. 1997. Stability and consolidation of an ashlar barrel vault with great deformations: the church of Guimarei. *Structural Studies, Repairs and Maintenance of Historical Buildings*. ed. por S. Sánchez-Beitia y C. A. Brebbia. Southampton: Computational Mechanics Publications: pp. 587-96.
- Makris, N. y H. Alexakis. 2013. The effect of stereotomy on the shape of the thrust-line and the minimum thickness of semicircular masonry arches. *Archive of Applied Mechanics* 83: 1511-1533.
- Milankovitch, M. 1907. Theorie der Druckkurven. *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 55: 1-27.
- San Nicolás, Fray Lorenzo de. 1639. *Arte y Uso de Architectura. Primera parte*. Madrid: s.i. (Ed. Facs. Madrid: Albatros, 1989).
- Sánchez-Cuenca, R. 2010, *El marès. El material, su origen, historia, propiedades, canteras y calidades disponibles actualmente*. Palma de Mallorca: Ramón Sánchez-Cuenca.

8. Apéndice. Lecturas de los fisurómetros

La empresa Mitra Restaura s.l. ha realizado un seguimiento de las grietas. A continuación se da la tabla resumen y la localización de los fisurómetros. El período es muy corto pero los movimientos medidos son tan pequeños que no resultan significativos.

FISUROMETRO	INSTALACION	LECTURA 1: 19/06/13	LECTURA 2: 19/07/13	LECTURA 3: 20/08/13	LECTURA 4: 01/10/13	LECTURA 5: 05/11/13	LECTURA 6: 17/12/13	LECTURA 7: 15/01/14
A	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -
B	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -
C	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0,8 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0,8 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -
D	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -
E	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 1,00 mm Y: 0,3 mm Giro: NO -E 17-12-13	X: 0,75 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -E 15-01-14
F	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0,75 mm Y: 0,00 mm Giro: SI - F 05-11-13	X: 0,90 mm Y: 0,00 mm Giro: SI -F 17-12-13	X: 0,90 mm Y: 0,00 mm Giro: SI -F 15-01-14
G	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0,0 mm Y: 0,25 mm Giro: SI - G 05-11-13	X: 0,0 mm Y: 0,0 mm Giro: SI -G 17-12-13	X: 0,0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -G 15-01-14
H	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0,30 mm Y: 0,00 mm Giro: SI - H 05-11-13	X: 0,40 Y: 0,20 Giro: SI -H 17-12-13	X: 0,60 Y: 0,40 Giro: SI -H 15-01-14
I	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0,75 mm Y: 0,0 mm Giro: SI -i 05-11-13	X: 1,00 mm Y: 0,0 mm Giro: SI -i 17-12-13	X: 1,00 mm Y: 0,0 mm Giro: SI -i 15-01-14
J	13/06/2013	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0'0 mm Y: 0,0 mm Giro: NO -	X: 0,75 mm Y: 0,25 mm Giro: NO - J 05-11-13	X: 1,00 mm Y: 0,50 mm Giro: NO -- J 17-12-13	X: 1,00 mm Y: 0,25 mm Giro: NO -- J15-01-14

NOTA: X e Y son relativas a la regleta del fisurómetro
Ver ficha de la lectura

Se marca en gris cuando hay cambios desde la lectura anterior.

Figura A-1

Lecturas de los fisurómetros en el período 19/06/13-15/01/14

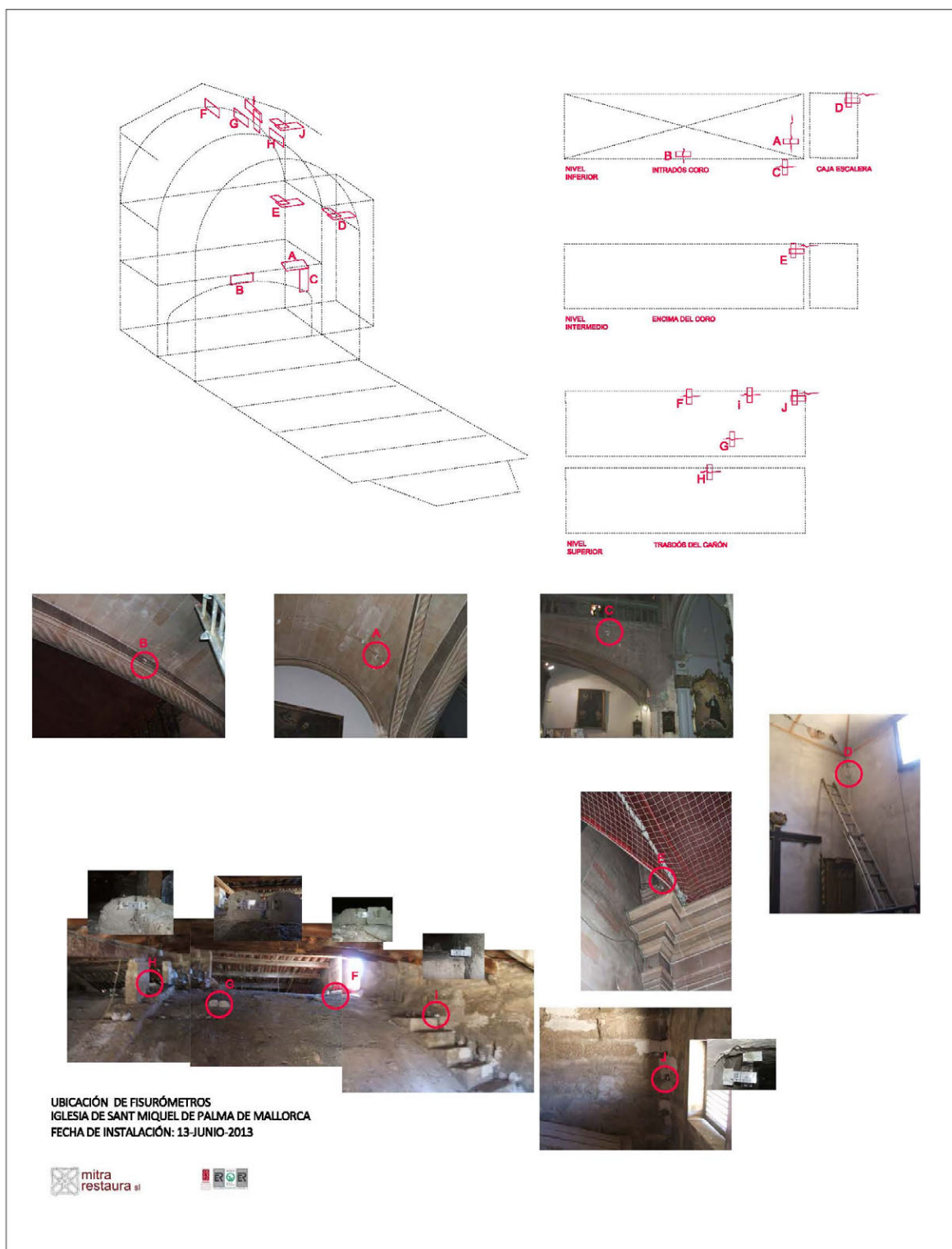


Figura A-2
Localización de los fisurómetros

9. Láminas



1



2



3



4

Vistas de la fachada principal y la lateral a la calle de Arabí



5



6

Foto del detalle de la fisura de separación entre el muro sur y la fachada izquierda, 26-07-2013. Derecha, 5-10-2013.



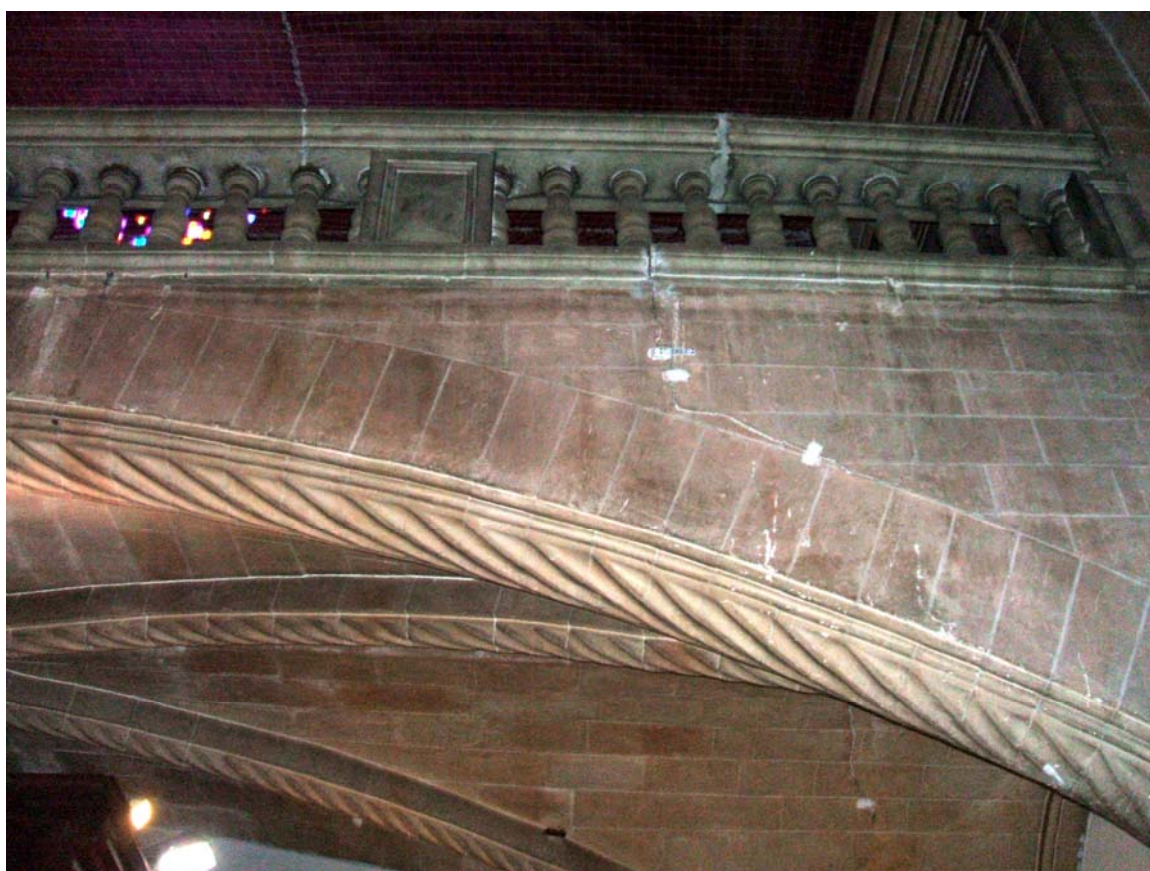
7



8



9



10

Grieta en la enjuta derecha del arco coro antes de eliminar el
enlucido

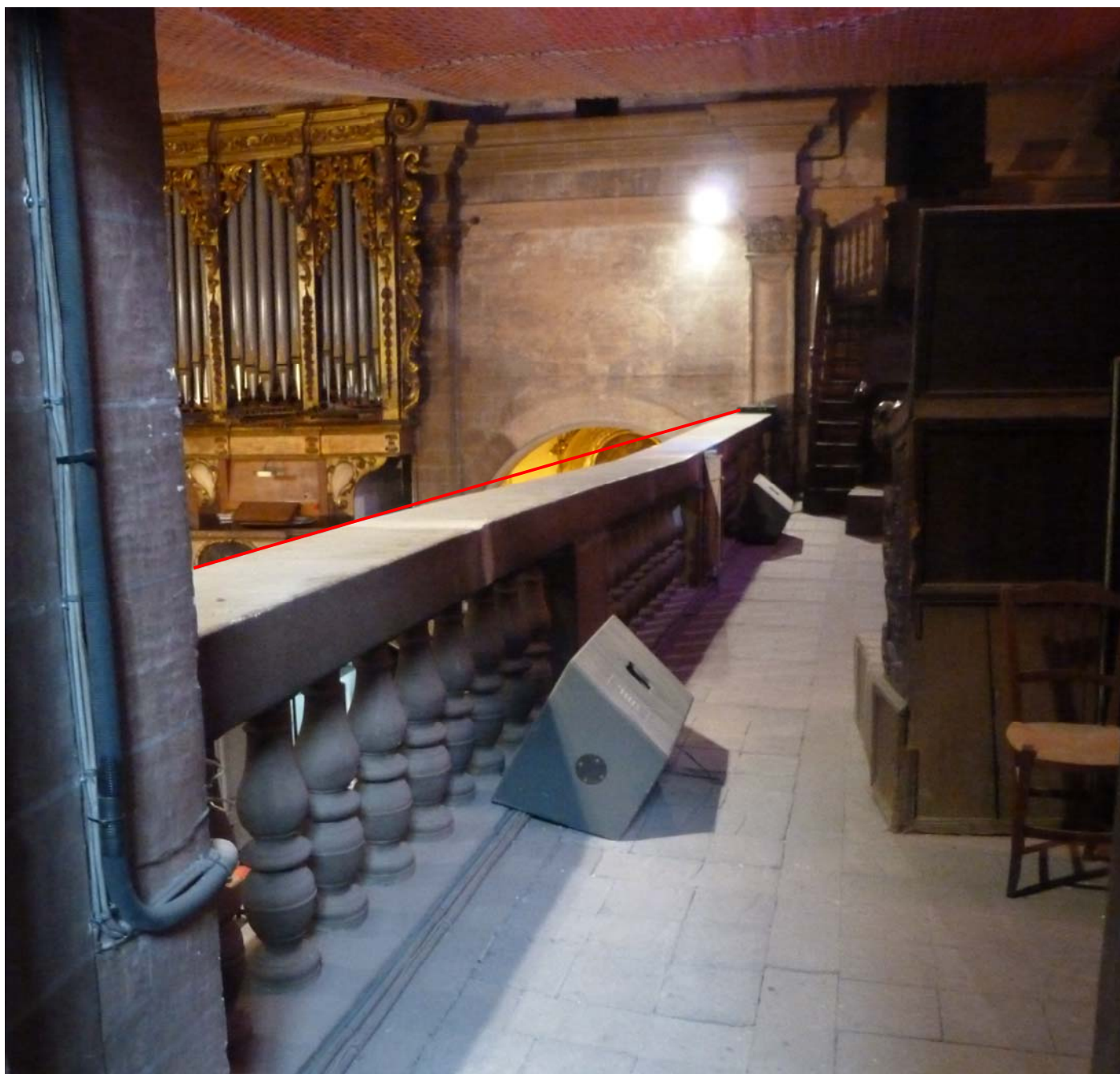


11



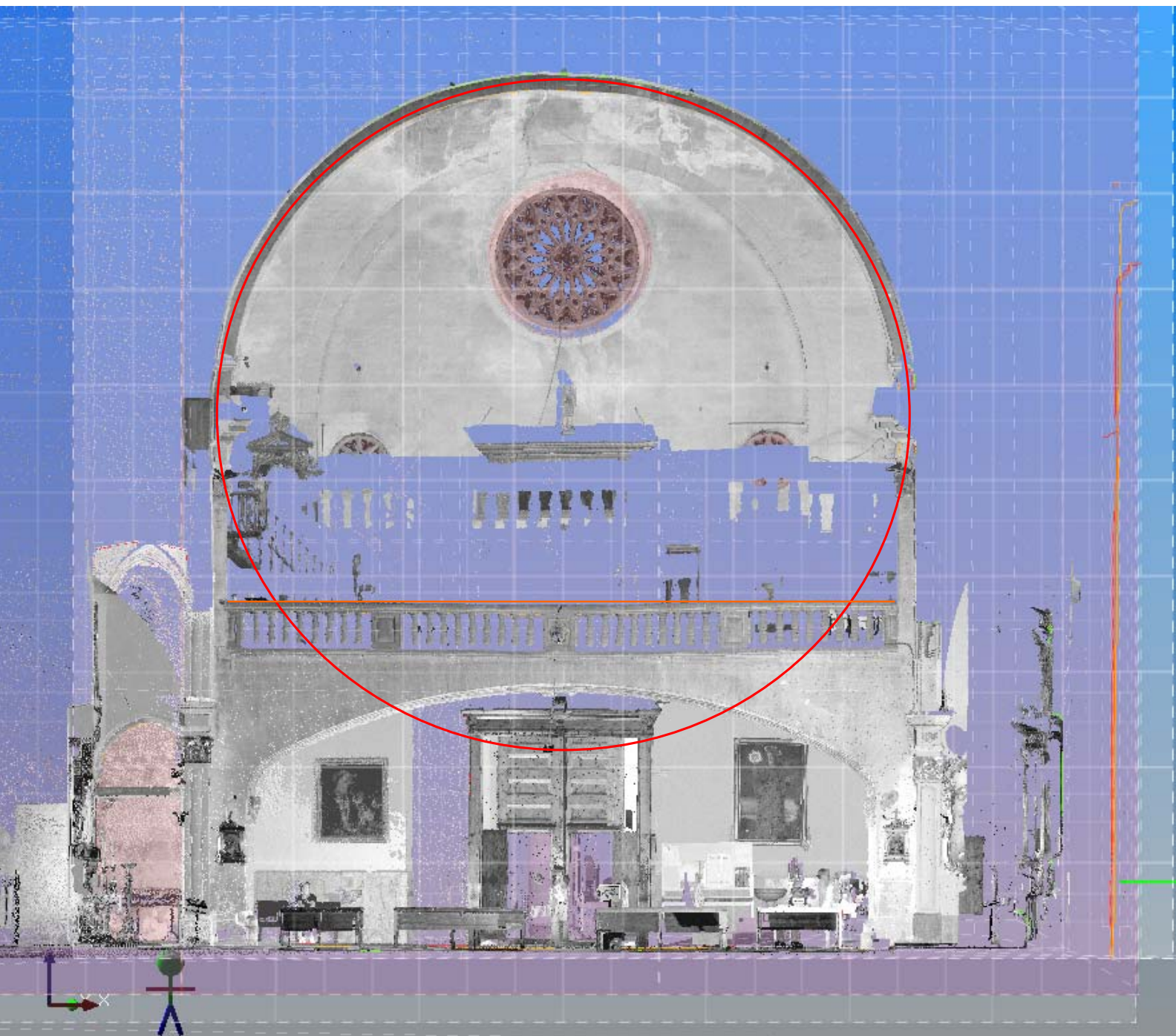
12

Grieta en la enjuta del arco del coro. Ha sido tapada pero puede apreciarse ligeramente inclinada hacia la izquierda



13

Descenso de la clave del arco del coro por un ligero cedimiento de los arranques con formación de tres rótulas (nótese la diferencia con la línea horizontal en rojo)



Superposición de una circunferencia (roja) sobre la nube de puntos del escáner láser. Nótese la ligera deformación de la bóveda (estudio más detallado en el texto). Apréciase también el quiebro de la balaustrada



15-20

Detalles de la grieta de la enjuta derecha tras eliminar el enlucido que la cubría parcialmente



21



22

Arriba, grieta de separación entre la enjuta y el arco del coro. Abajo, verificación de que la grieta atraviesa el arco por lo que las fuerzas deben transmitirse por una superficie reducida



23



24

Grieta de la rótula del arranque izquierdo del arco del coro, vista desde debajo del coro.

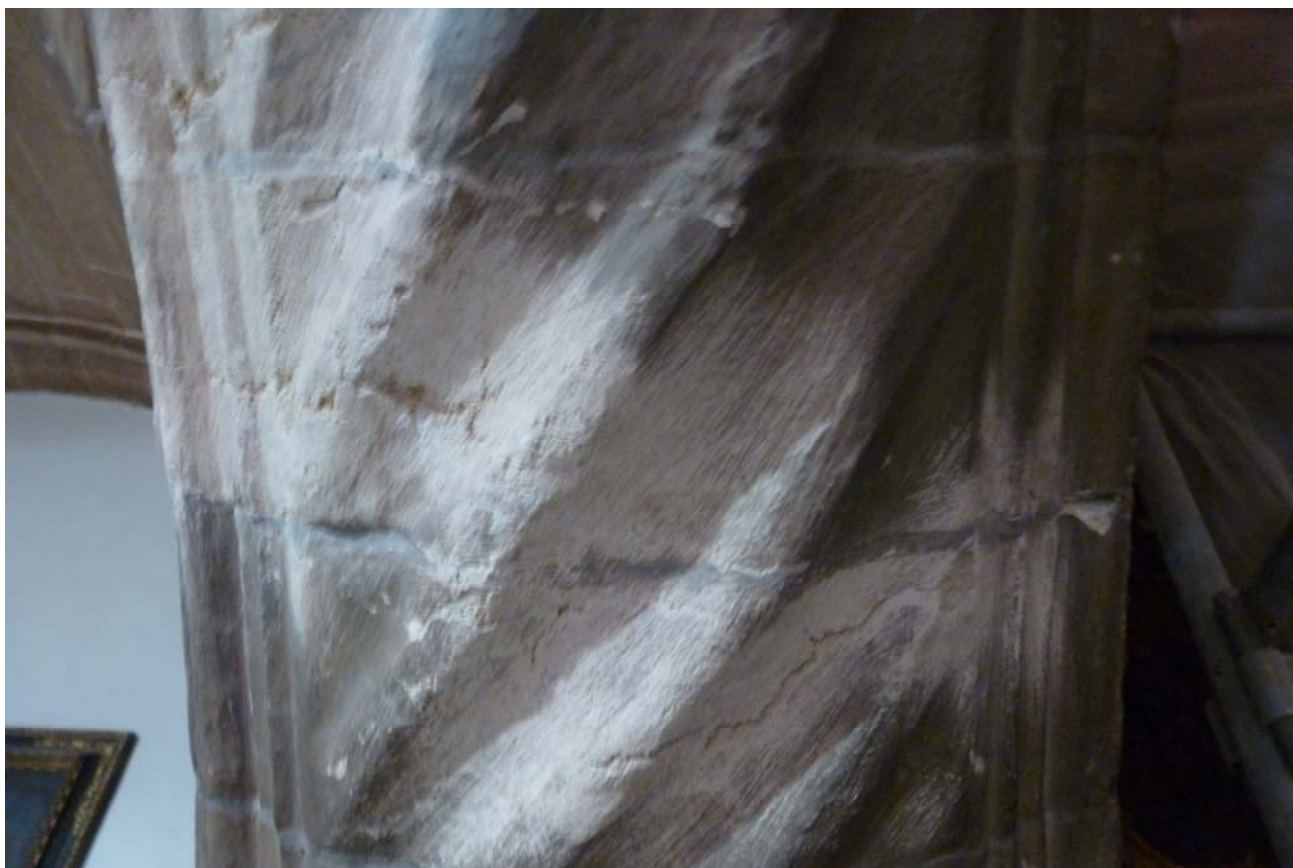


25



26

Grieta de la clave en el arco del coro. Arriba, vista desde la nave. Abajo, vista desde debajo del coro.

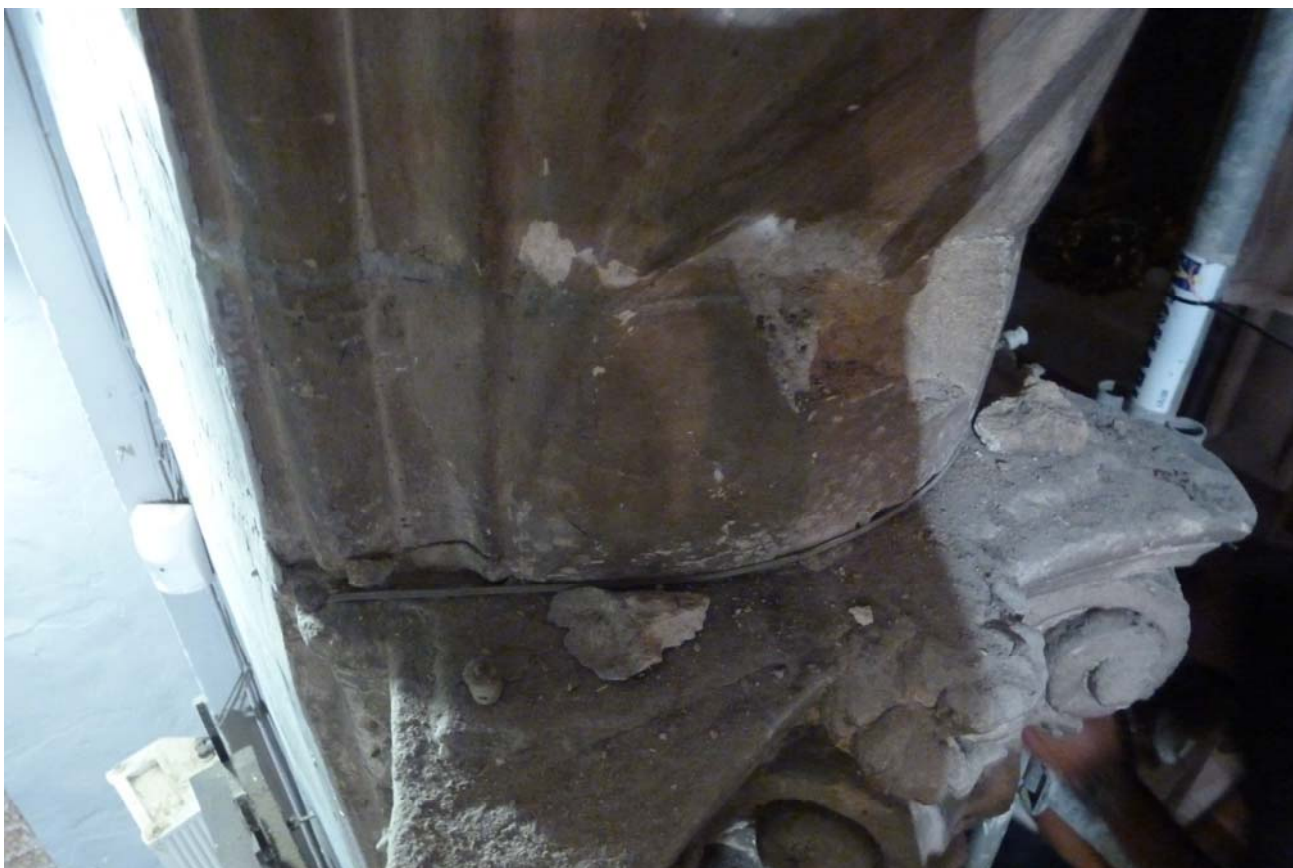


27



28

Aplastamiento de la fábrica en el cordón del interior del arco en el arranque izquierdo



29

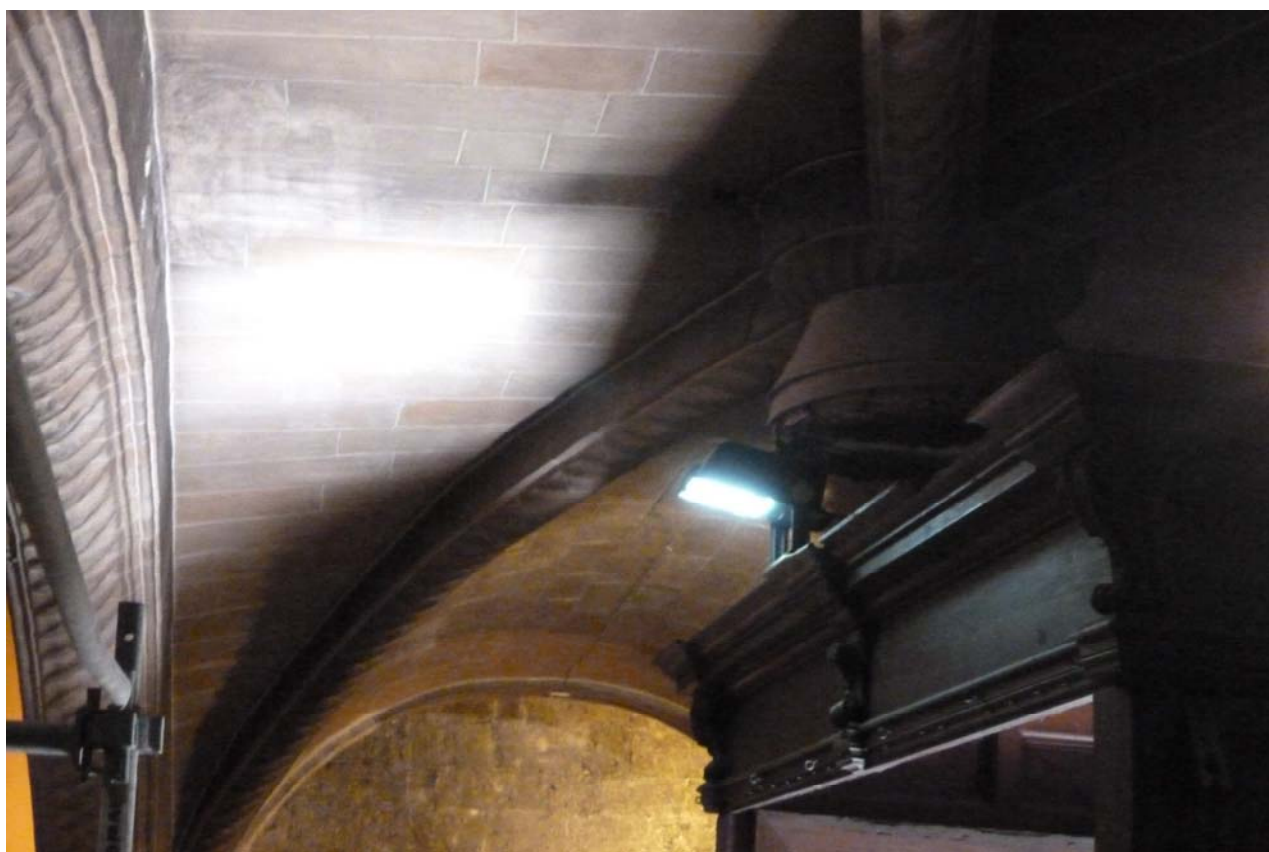


30

Detalle del arranque izquierdo del arco desde la nave
La piedra ha saltado por la concentración de tensiones debida a la deformación



31



32

Vistas de la bóveda del coro desde ambos extremos



33



34

Relleno sobre la bóveda del coro con aligeramiento mediante vasijas cerámicas



35

Grieta de Sabouret en el lado sur de la bóveda del coro



36



37

Detalles de la grieta de Sabouret en el lado sur de la bóveda del coro



38



39

Vista de la clave mayor y de los nervios de la bóveda del coro



40

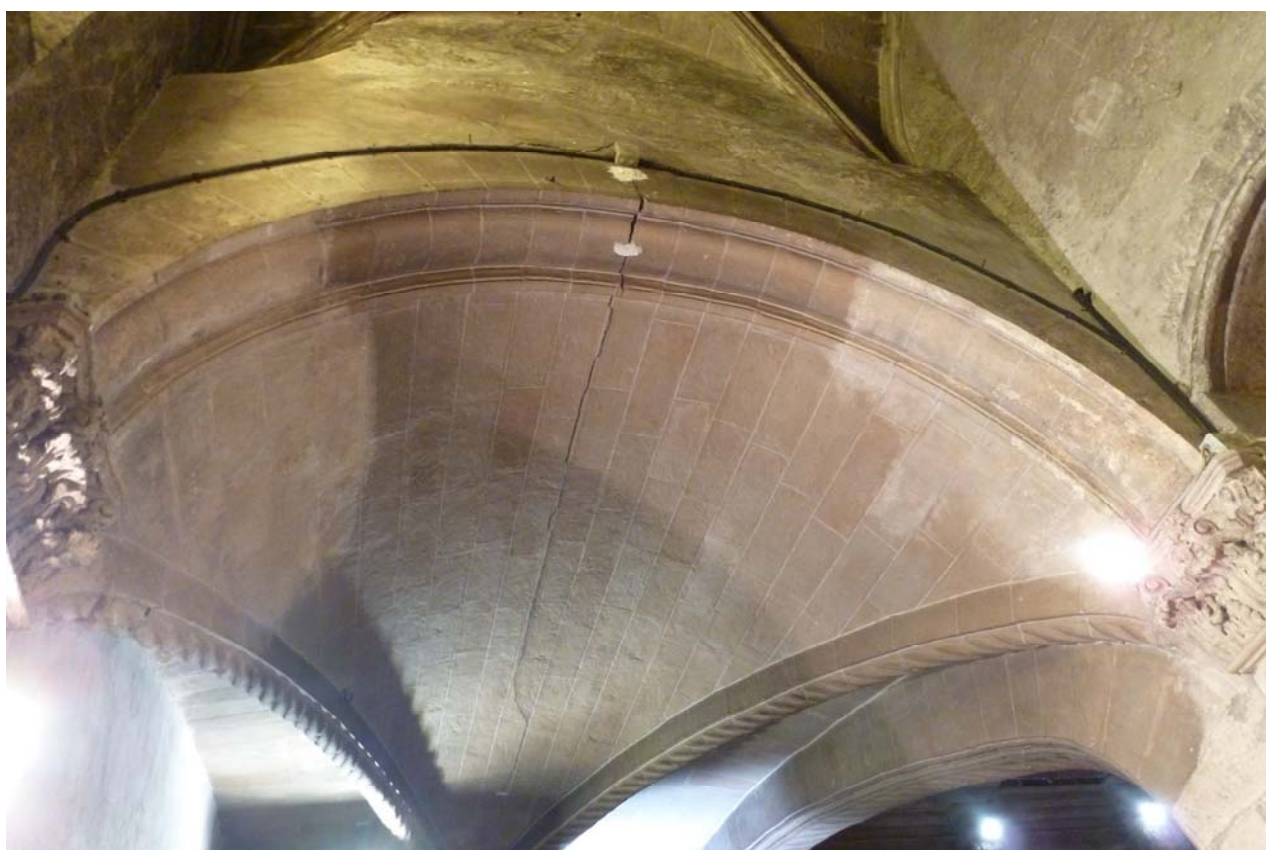


41

Plemento largo de la bóveda del coro. Se observa una fisura por la línea de clave y el aplastamiento de la piedra en el arranque



42

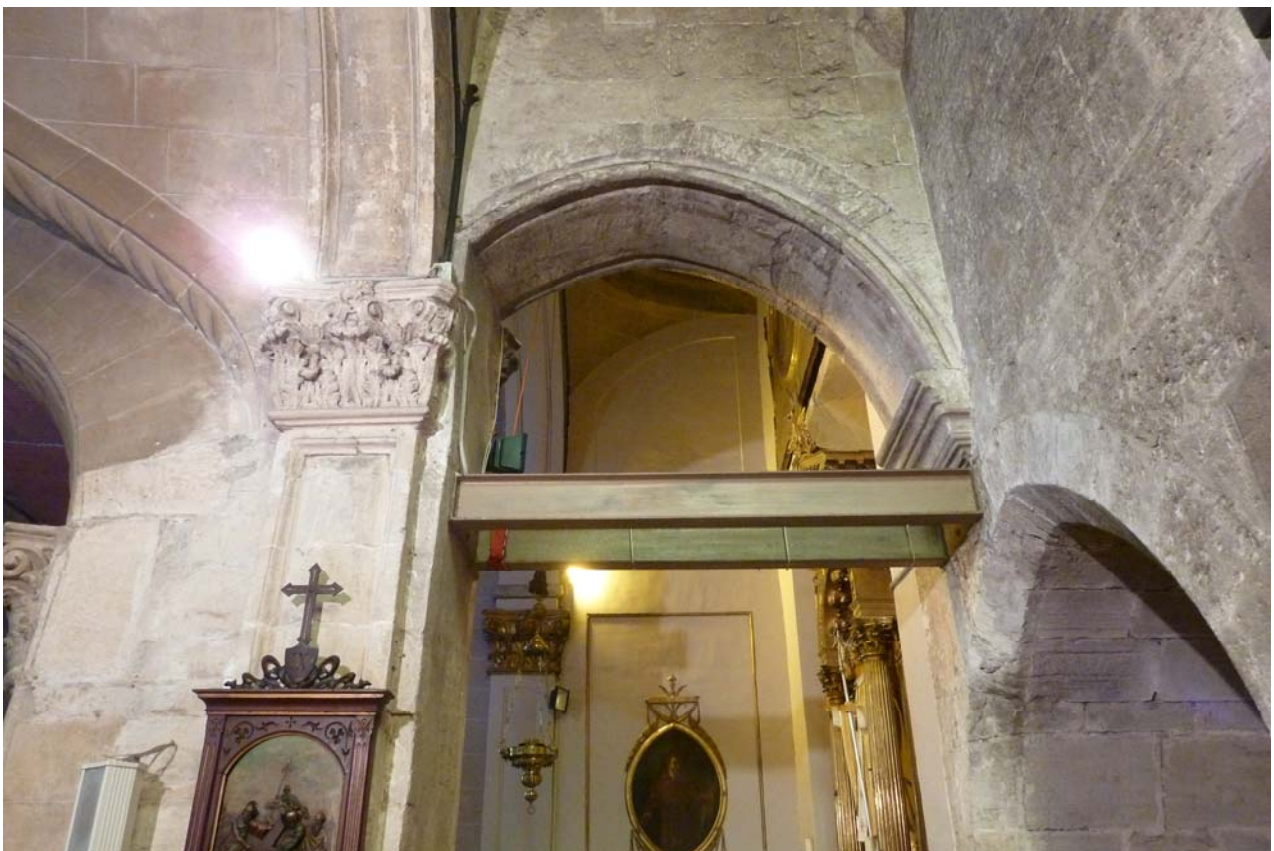


43

Vistas del plemento norte de la bóveda del coro. Nótese la grieta en el arco de cabeza y por la línea de clave del plemento



44



45

Codal metálico en el arranque norte del arco del coro



46

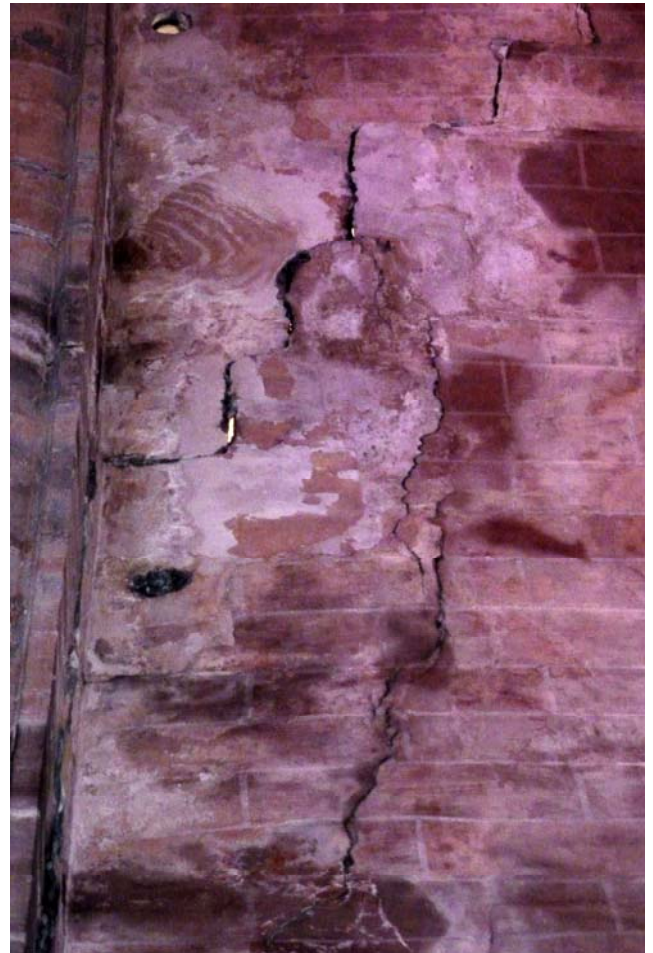


47

Vistas del codal metálico



48



49



50

Agrietamientos en el cañón del primer tramo. Nótese en particular el detalle cerca de la clave. También se aprecia una grieta transversal en el segundo tramo (colores modificados para resaltar las grietas)



51



52



53

Agrietamiento cerca de la clave del arco formero debido a un ligero desplome hacia afuera del muro de fachada. Vista inferior y superior; grieta en la unión de la fachada y el muro lateral



54



55

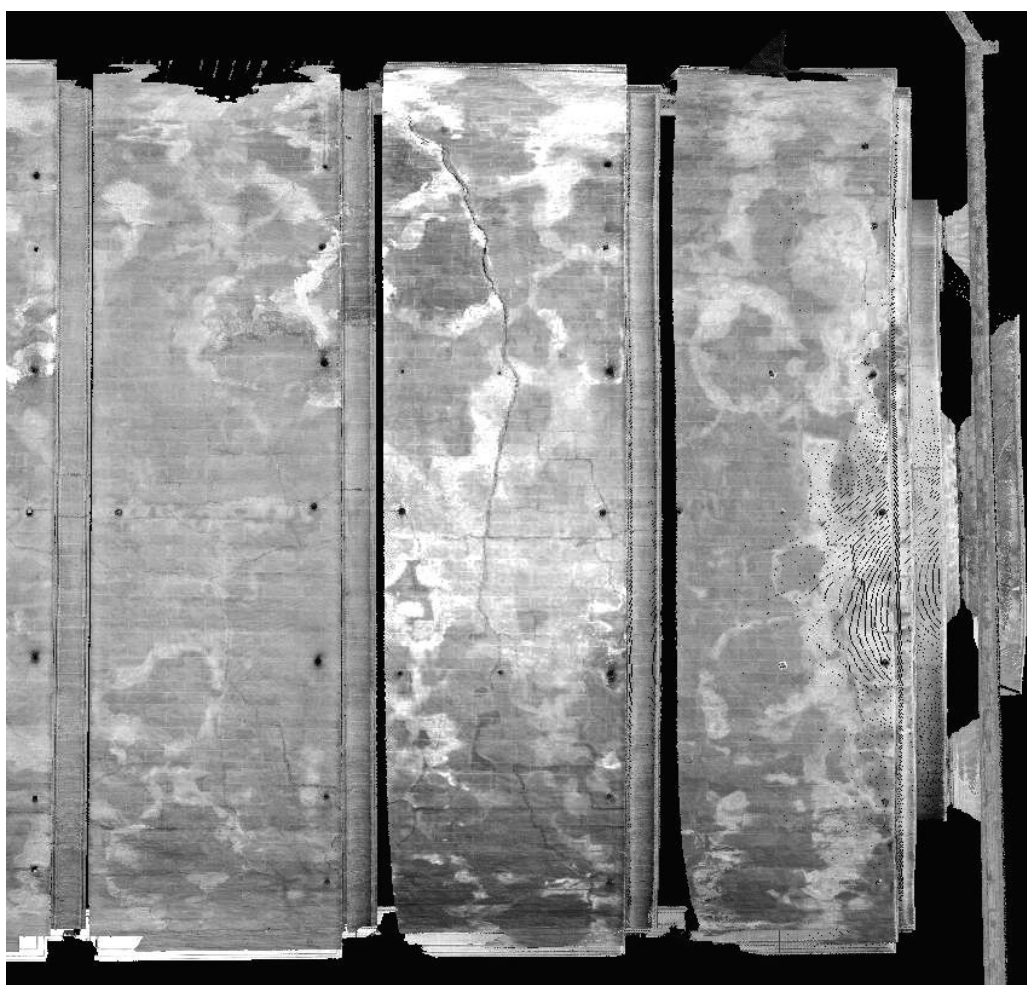
Grieta transversal en el segundo tramo desde los pies de la iglesia



56

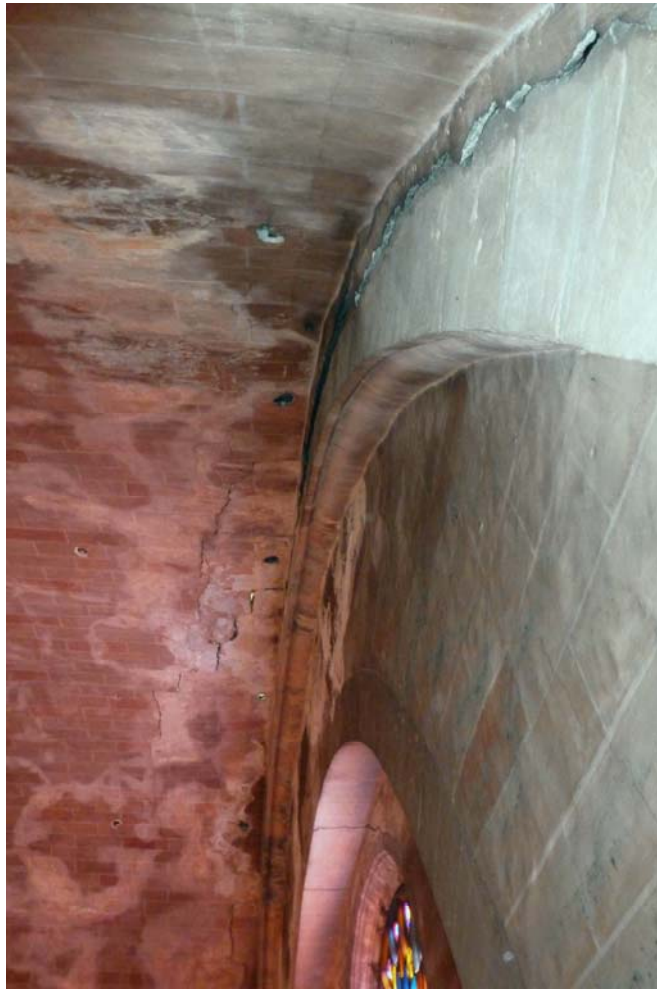


57



58

Imágenes del escáner láser. En el segundo tramo desde los pies (por la derecha) se aprecia una grieta en sentido transversal (Refoart)

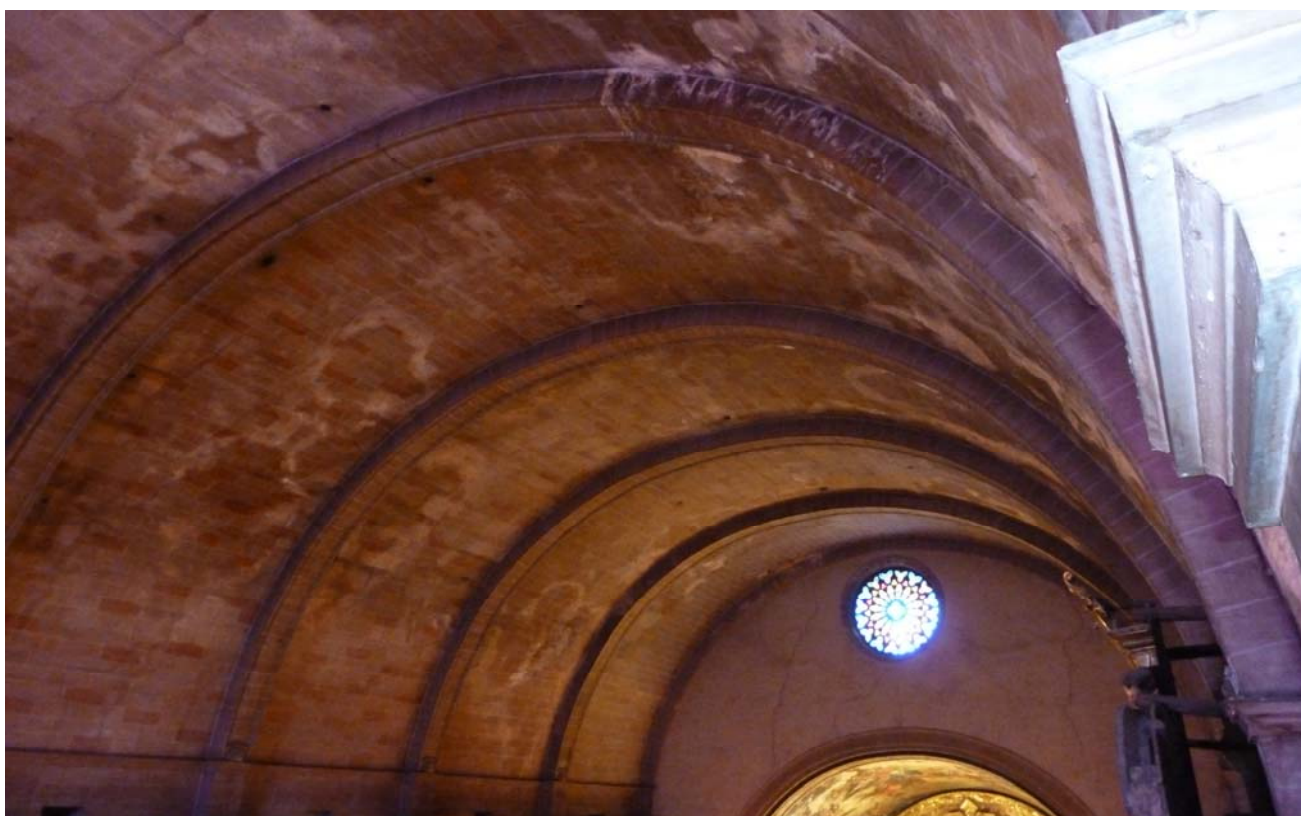


59

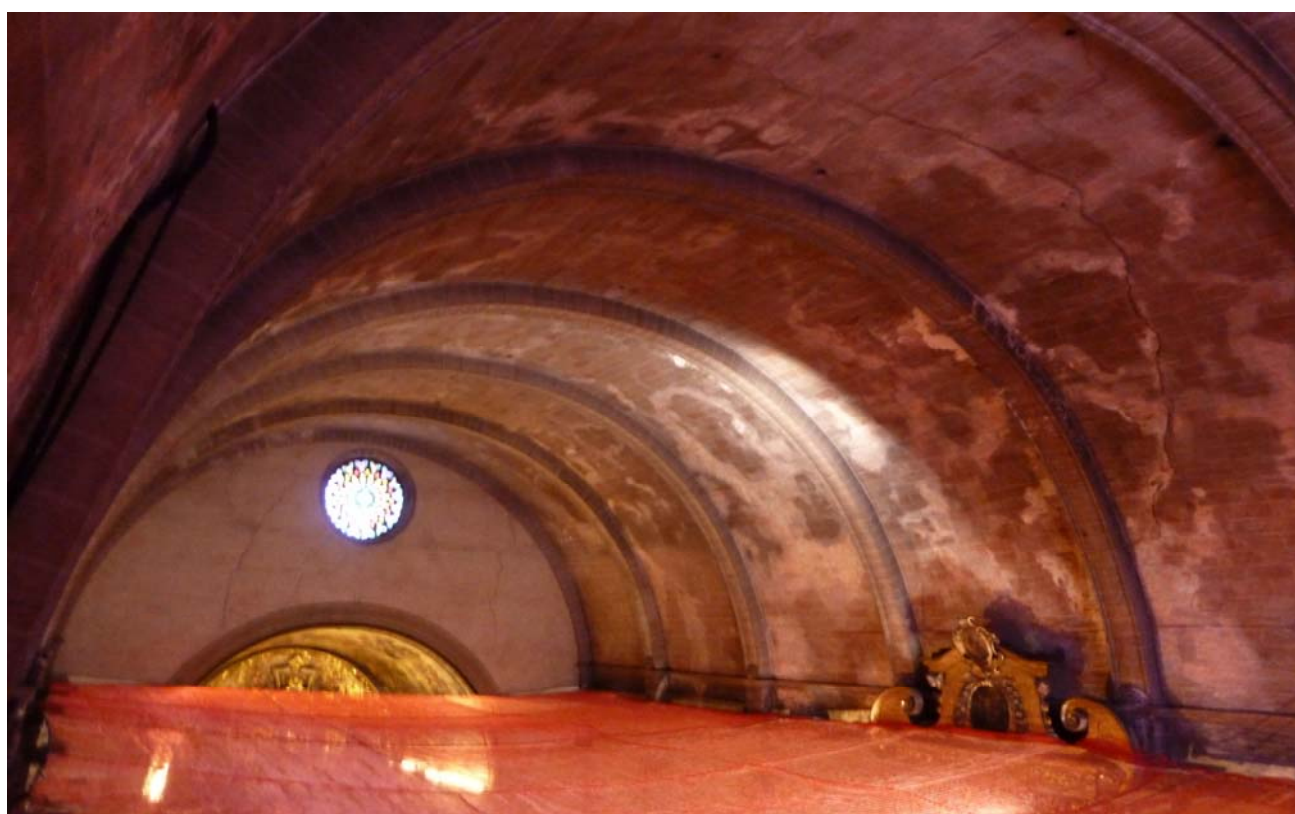


60

Grieta de separación entre el muro de fachada (el arco formero) y el cañón de la bóveda



61

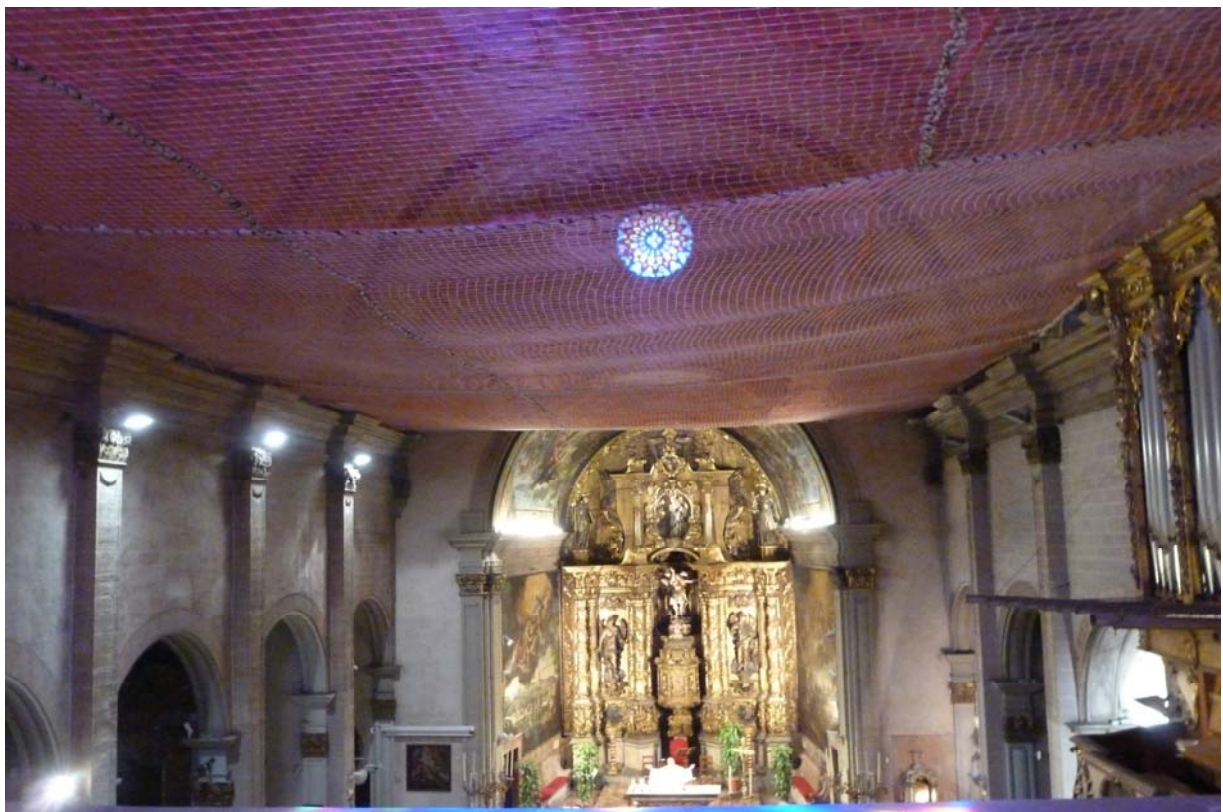


62

Vistas del intradós desde los pies de la iglesia. Nótese las numerosas manchas de humedades antiguas

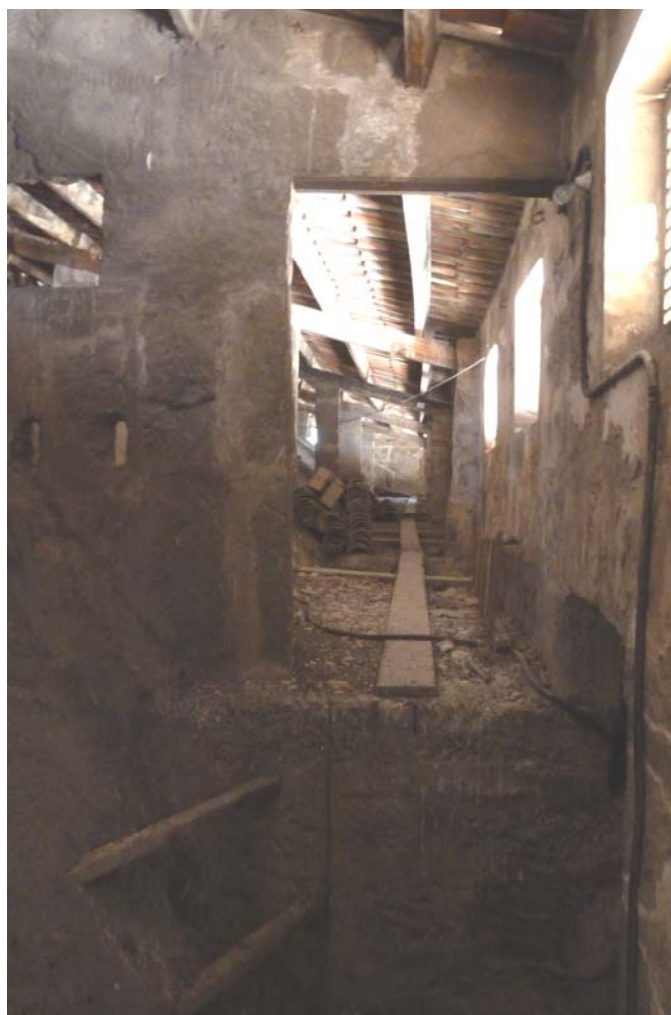


63



64

Vista interior de la nave con las capillas laterales entre los muros de contrarresto



65



66

Primer tramo de bóveda. Acceso desde el coro. Nótese la ausencia de relleno y de codales



67



68

Primer tramo de bóveda. Vista del casco de la bóveda y del primer arco fajón con los pilares de soporte de la cubierta



69



71



72

Segundo tramo de bóveda desde los pies. Arriba, grieta transversal. Abajo, relleno y casco de la bóveda



73



74

Detalle de los codales en el lado sur del casco de la nave



75



76

Lados sur. Grieta de articulación en el casco de la bóveda que cruza la enjuta del arco fajón



77



78

Vistas del sistema de pilares de marés que soporta los pares de la cubierta



79



80

Grieta entre la bóveda y el muro de la cabecera, sobre el arco del presbiterio



81



82

Grieta de separación entre el último tramo de bóveda y el muro sobre el arco del presbiterio



83



84



85

Detalles de la unión de los codales con el casco de la bóveda y el muro